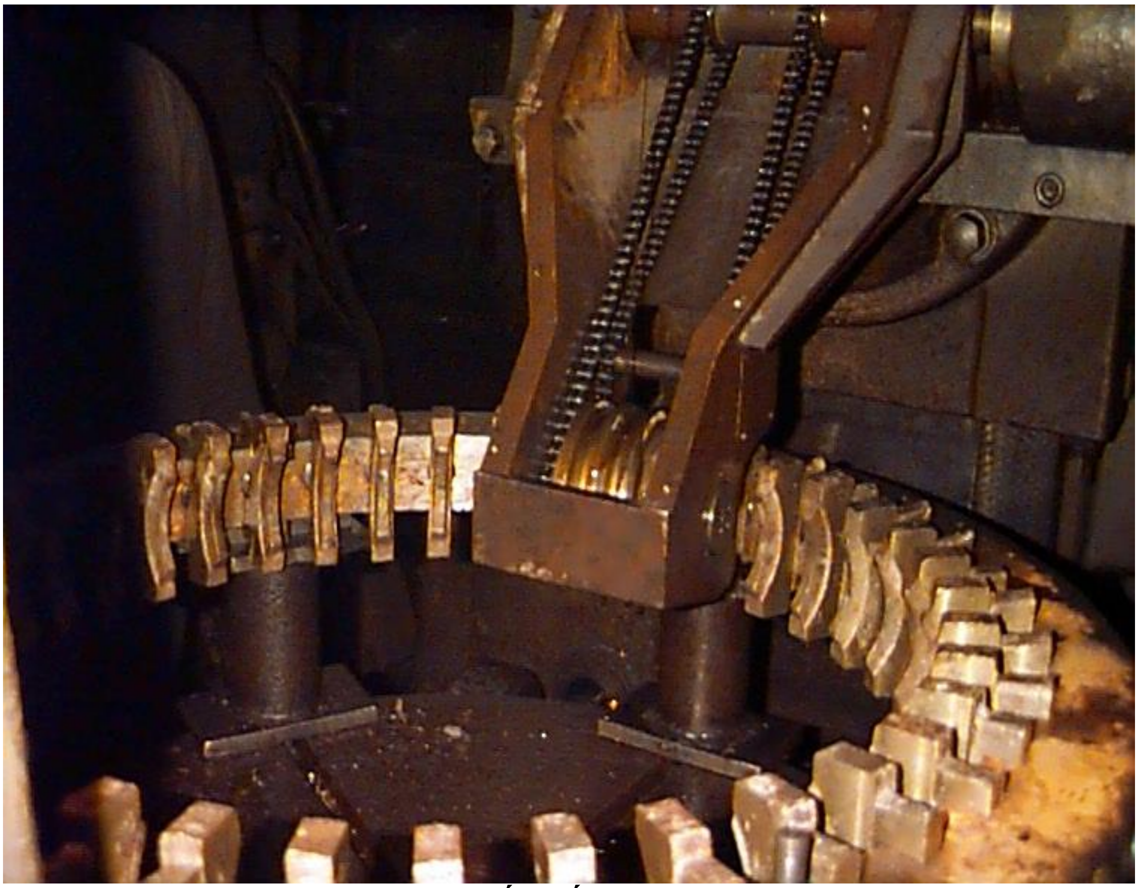
EFOP-3.5.1-16-2017-00017
„NYE-DUÁL- Új utakon a duális felsőoktatással a Nyíregyházi Egyetemen, az Északkelet-Magyarországi térség felemelkedéséért"

KÜLÖNLEGES HORDÓCSIGÁS HAJTÁSOK

Dr. PÁY GÁBOR LÁSZLÓ, Ph.D.



A tananyag elkészítését a **„NYE-DUÁL- Új utakon a duális felsőoktatással a Nyíregyházi Egyetemen, az Északkelet-Magyarországi térség felemelkedéséért"** az **EFOP-3.5.1-16-2017-00017** számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Nyíregyháza
2018

Szerző:

Dr. PÁY Gábor László, Ph.D.

Lektor:

Dr. SZIGETI Ferenc, C.Sc.

ISBN

BEVEZETÉS

A hordócsigás hajtások speciális csigahajtások, melynek alkotó elemei egy hordó alakú csiga és egy belső fogazatú csigakerék. Ez egy viszonylag új tipusú hajtás, melynek szabadalmát a belső fogazatú hengeres fogaskerekek megmunkálására használt hordócsigamaró ötlete sugallt.

A belső fogazatok megmunkálására használható hordócsigamaró megvalósítása geometriai és kinematikai gondok miatt félbeszakadt. A belső csigahajtásoknál azonban, mivel a csigakereket a csigához hasonló paraméterekkel rendelkező csigamaróval munkálhatjuk meg, tehát nem szükséges az evolvens profil, így ez könyebben megvalósítható.

A segédlet témája a belső hordócsigás hajtások általános bemutatása, matematikai modellezése, kapcsolódási felületeinek illetve kapcsolódási mezőjének meghatározása, valamint gyártási lehetőségei.

Az első fejezet a különböző csigahajtásokkal foglalkozik, beleértve ezen hajtások osztályozását is. Ugyanakkor ez a fejezet foglalkozik a különböző tipusú csigavonalakkal és csigafelületekkel, valamint a kapcsolási felületek megközelítésére használt harmadfokú Spline függvényekkel.

A második fejezet röviden bemutatja a hordócsigás hajtásokat, a különböző konstruktív megoldásokat, a geometriai számítást, valamint modellezési lehetőségeit.

A harmadik, a negyedik és az ötödik fejezetek a segédlet fő fejezetei, bemutatják a hordócsigás hajtások komplex matematikai modellezését, a kapcsolódási felületek meghatározására használt matematikai módszereket, a számítógépes szimulációt, bemutatva a kapott kapcsolódási felületeket különböző tengelyszögek esetén, végül pedig a gyártástechnológiával foglalkozik.

Végül a hatodik fejezetben a szerző összefoglalja az eddig elért tudományos eredményeket.

A szerző

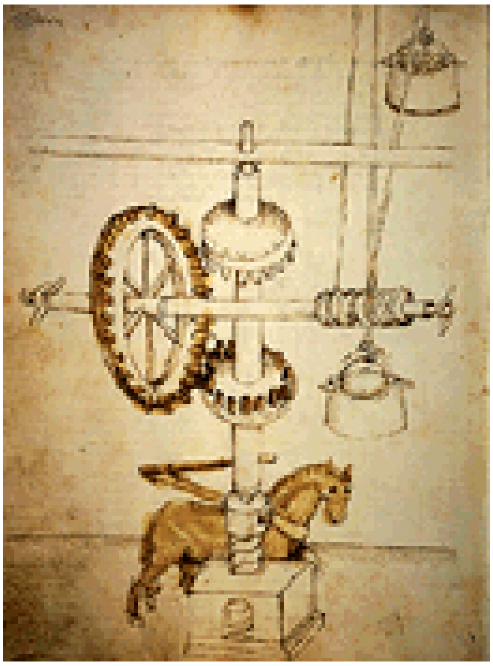
Nyíregyháza, 2018, szeptember

TARTALOMJEGYZÉK

A CSIGAHAJTÁSOK FEJLŐDÉSÉNEK TÖRTÉNELMI ÁTTEKINTÉSE

Az egymásra merőleges kitérő tengelyek közötti mozgásátszármaztatásra használt csigahajtásokra vonatkozó első említést Alexandriai Heron görög fizikus munkáiban találhatjuk (i.e. II század) amely szerint ez a hajtás megtalálható a nagy gondolkodó és filozófus Archimédesz (i.e. 287-212) műveiben. A felfedező e hajtást egy harcigép hajtóműveként használta. Archimédesz elve alapján Heron egy emelő gépet épített, amelynek jó felhasználási lehetőségei voltak a bányákból az ércek kiemelésénél.

Az Alexandriai iskola fejlődésével egyidőben a csigahajtások is nagy fontosságot kaptak. Vitruvius a "De Arhitectura" című könyvében mely i.e. 30-16 között jelent meg, bő leírást ad a "hodométerről", melyben négy kinematikai csigahajtás volt beszerelve és a sétakocsikra volt felszerelve a bérszámítás kisegítésére úgy, hogy minden megtett mérföld után egy dobozba esett egy golyó.

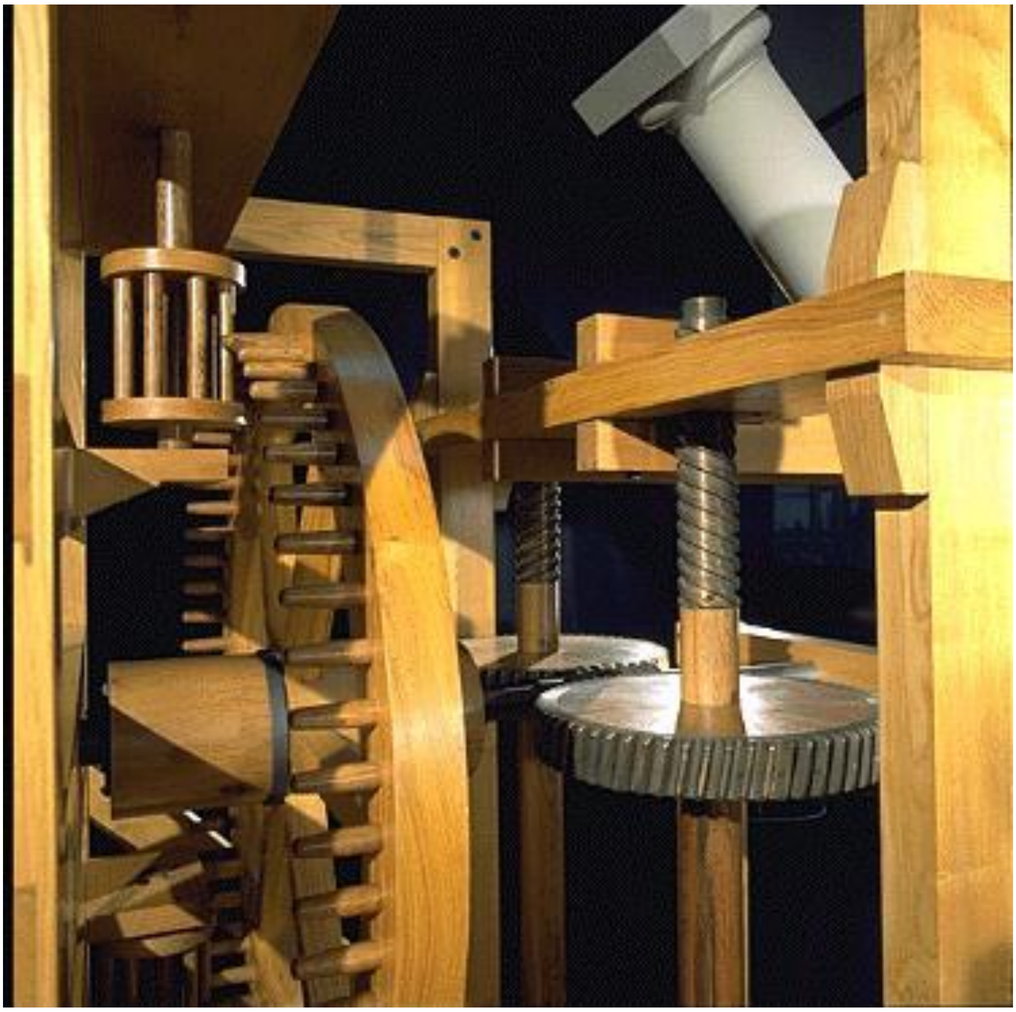


Az Alexandriai iskola nagy hatással volt a csigahajtások fejlődésére, így Pappus (IV század) dolgozataiban gyakori utalásokat találunk, miszerint ezeket a hajtásokat hajtóművekben, illetve kinematikai áttételekként a köztereken felszerelt órák vezérlésénél használták.

Miután az arabok elfoglalták Alexandriát és a híres könyvtárát lerombolták, a tudományok fejlődése majdnem egy évezredig stagnált, főleg a hatalmon levő egyház befolyása következtében.

A reneszánsz időszaka új fejlődést nyit a csigahajtások számára, főleg a zseniális Leonardo da Vinci (1452-1519) kutatásai eredményeként. A nagy tudós, aki sikeresen átlátta a hengeres csigahajtás kinematikáját és dinamikáját, aki már ismerte a globoid csigahajtást, jóval megelőzte gondolkodásban a saját korszakát. Az általa felfedezett hajtásokat az ő idejében nem lehetett megvalósítani technikai okokból, ez csak jóval később sikerült.

A reneszánsz utáni időszakban a tudományok lassú fejlődésnek indulnak. Megjelenik több műszaki dolgozat, mint például R.Valturio "De re militari" (1472), G.Agricola "De re metalica" (1556) vagy A.Ramelli "La diverse et artificiare machine" (1558) könyvei.



A XVIII-ik századi technikai forradalom, mely egybeesik a gőzgép felfedezésével és forgalomba hozatalával egy addig a történelem ideje alatt ismeretlen fejlődést adtak a műszaki tudományoknak. Ebben az időben a hengeres csigahajtást A.K.Markov 1718-1729 között felhasználja a másoló eszterga meghajtásánál.

A XIX-ik században, a szerszámgépek elterjedése szükségelteti a különböző hajtások nagyméretű felhasználását. Ebben az időszakban jelenik meg Cartwright szövőgépe, vagy John Whitworth marógépe. A belsőégésű motorok, majd később a villamos motorok egyre nagyobb megmunkálási sebességet biztosítanak a szerszámgépeknek, ezzel egyidejűleg a gépekben felhasznált fogaskerekek is a sebességgel egyenes arányban mind pontosabbak kell legyenek. Ami a fogaskerék kapcsolás elméletét illeti, legalábbis ami az evolvens fogazatok főbb kutatásait jellemzi, ez befejeződött már századunk első két évtizedében.

Sajnos, a hajtások legyártása jóval lemaradt az elméleti kutatásoktól. Eleinte a fogaskerekeket másológépeken gyártották. A fogaskerekek gyártástechnológiájában óriási ugrásnak számított Herman Pfauter 1897 évi szabadalma a "A fogaskerekek csigamaróval való gyártására használható marógép". Ezeknél a gépeknél a kinematikai lánc pontossága illetve az osztást biztosító hajtás a meghatározó a legyártott fogazat pontosságánál. A hajtás kis teherbírása, rossz hatásfoka, a csigakerék kopása illetve a gyártási nehézségek miatt az iparban csak ott használták ahol feltétlenül szükséges volt.

Osztási áttételként kizárólag csak köszörült csigás csigahajtásokat használtak. A hézag kiiktatását különböző módszerekkel próbálták elvégezni:

- csökkentették a tengelytávot;

- a csigakereket két részből készítették, úgy, hogy az elválasztási sík a középsíkkal egybeesett és a két félrészt fel lehetett állítani egymáshoz képest;

- két csigás hajtást állítottak elő, úgy, hogy a két csiga ellenkező fogfelülettel kapcsolódott a csigakerékhez.

Ezek a megoldások, amellett hogy még fellelhetők egyes szerszámgépen, nem adtak megfelelő pontosságot. A modern megoldás, amely hosszú időn keresztül biztosítja a szükséges pontosságot 1928-ban született a Duplex csiga feltalálásával.

Ahhoz, hogy modern kutatások fejlődhessenek a hajtások területén, szükséges volt ezek elméletének teljes kidolgozása és rendszerezése, ami T.Olivier nagy francia matematikus nevéhez fűződik, aki 1842-ben tudományosan megalapozta a hajtások elméletét. Ő vezette be az általános módszert a kapcsolási felületek meghatározására, valamint ezek leképzésére pont vagy vonalas érintkezés esetén. Viszont Olivier kizárólag csak mértani eszközöket használt, így munkájában csak grafikus módszereket találunk.

A fogaskerekek elméletének analitikus alapjait 1886-ban H.I.Gohman orosz tudós tette le, aki elismerte ugyan Olivier munkásságát de ugyanakkor felrótta, hogy nem használt semmi analitikus módszert. A Gohman által felállított analitikus módszer elvileg a mai napig használt. Az általa kidolgozott elvet elfogadták úgy Oroszország, mint Anglia, az Egyesült Államok, Németország és Franciaország. Tehát nyugodtan állíthatjuk, hogy az evolvens illetve a ciklois hajtások geometriai és kinematikai elméletét századunk első két évtizedében meghatározták. Ezzel szemben a térbeli hajtások kutatása, ami közzé tartoznak a csigahajtások is, jóval lassabban haladt.

A második világháború után megjelentek E. Buckingham, F.L. Litvin, Dudley, G. Henriot könyvei, melyek összefoglalják a fogaskerékhajtások területén eddig elért eredményeket.

Magyarországon az első nagy kutató ezen területen Szeniczei Lajos. Ő dolgozta ki a csigahajtások geometriáját és számos kérdést tisztázott a hajtások gyártásánál felmerülő problémákból az 1957-ben megjelent könyvében. Az ezt követő időkben több kutató és szakember járult a csigahajtások fejlődéséhez. Ezek közül kiemelhetők Magyar József, Drahos István, Bercsey Tibor a Budapesti Műszaki Egyetemről, illetve Terplán Zénó, Drobni József, Lévai Imre, Tajnafői József, Dudás Illés, Siposs István a Miskolci Egyetemről, Simon Vilmos a Gödöllõi Szent István Egyetemrõl.

Romániában is meg kell említsek több magyar kutatót akik a csigahajtásokkal foglalkoztak, vagy a mai napig foglalkoznak: Horovitz a Temesvári Műszaki Egyetemről, Maros Dezső, Killmann Viktor, Rohonyi Vilmos, Bocian József, Gyenge Csaba, Antal Béla a Kolozsvári Műszaki Egyetemről, Pay Jenő a Nagybányai Egyetemről.

1. CSIGAHAJTÁSOK

1.1. CSIGAVONALAK ÉS CSAVARFELÜLETEK [8]

Tekintsünk két Oxyz és O'x'y'z' koordinátarendszert, melyek csavarmozgást végeznek az Oz tengely körül és első fázisban az Oz illetve O'z' tengelyek egybeesnek.

A csavarmozgás paramétere h, mely h = p/ 2π, ahol p a csavarvonal axiális osztása. A h paraméter lehet konstans, vagy változhat a ν elfordulási szög függvényeként, ebben az utóbbi esetben h = h(ν).

Az O'x'y'z' rendszerből az Oxyz rendszerbe való áttérést az $M_{OO'}$ transzformációs mátrix segítségével oldhatjuk meg, ez a ν paraméternek függvénye:

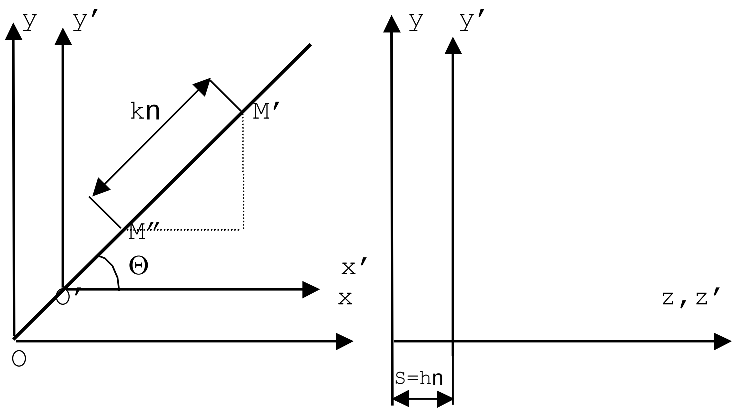
$$M_{OO'} = \begin{bmatrix} \cos\nu & -\sin\nu & 0 & 0 \\ \sin\nu & \cos\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h\nu \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_r & 0 \\ 0 & M_t \end{bmatrix} \qquad (1.1)$$

Látható. hogy a transzformációs mátrix egy M_r rotációs- és egy M_t transzlációs mátrixból tevődik össze.

1.1.1. Hengeres csavarvonal

Tekintsük az O'x'y'z' rendszerhez kötött M' (x',y',z') pontot. Ebben az esetben a pont meghatározható a következő oszlop mátrix segítségével:

$$X' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (1.2)$$



1.1 ábra. A hengeres csavarvonal

Ez az (1.1) transzformációs mátrixxal együtt az Oxyz fix rendszerben egy hengeres csavarvonalat határoz meg, mely az X' vektorral jellemezhető.

Ez a csavarvonal egy r = OM' sugarú hengeren található.

$$X = M_{OO'} \cdot X' \tag{1.3}$$

A csavarvonal lehet állandó osztású ha h = konstans, vagy lehet változó osztású ha h a ν-nek függvénye, azaz h = h(ν).

1.1.2. Kúpos csavarvonal

Abban az esetben, ha - amint az 1.1. ábrán is követhető - a ν szöggel való elfordulás után az M' pont radiális elmozdulással az M" pontba kerül, akkor a pont a csavarmozgás mellett egy radiális mozgást is végez, így egy kúpos csavarvonalat ír le. A radiális elmozdulás paraméterét k-val jelöljük, k = r / 2π, ahol r a csavarvonal radiális osztása. Ha h = konstans és k = konstans akkor az Oxyz fix rendszerben egy konstans osztású kúpos csavarvonalat nyerünk mely egy α csúcsszöggel rendelkező felületen van, ahol:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{k}{h} \tag{1.4}$$

A kúp alkotóján mért állandó osztás:

$$s = \sqrt{p^2 + r^2} \tag{1.5}$$

A kúpos csavarvonal egyenletét a hengeres csavarvonal egyenletéhez hasonlóan írhatjuk fel:

$$X' = X'(\nu) = \begin{bmatrix} x' - k\nu \cdot \cos\theta \\ y' - k\nu \cdot \sin\theta \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

Az M' (x',y',z') a kiindulási pont, a radiális mozgás θ szögét pedig a következő összefüggéssel számíthatjuk:

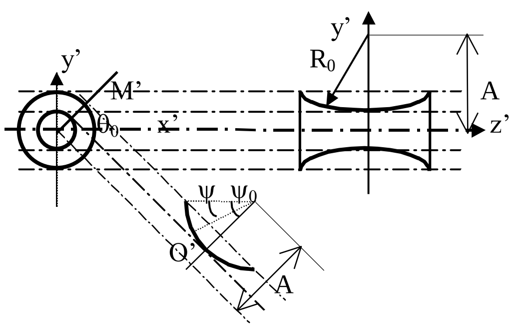
$$\mathrm{tg}\theta = \frac{y'}{x'} \tag{1.7}$$

1.1.3. Globoid csavarvonal

Ha az O'x'y'z' koordinátarendszer egy tiszta rotációs mozgást végez, vagyis:

$$\vec{M}_{OO'} = \begin{bmatrix} \cos\nu & -\sin\nu & 0 \\ \sin\nu & \cos\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

akkor leírhatunk egy globoid csavarvonalat.



1.2.ábra. Globoid csavarvonal

Ebben az esetben, az M' pont a megfelelő tengelymetszetben (θ_0 szöggel dőlve az O'x' tengelyhez viszonyítva) körmozgást végez. A axiális és a radiális elmozdulásokat a pont síkjában lévő ψ elfordulási szöggel jellemezhetjük (1.2.ábra).

Bevezetve a h_g globoid csavarparamétert:

$$h_g = \frac{\psi}{2\pi} \tag{1.9}$$

$$\text{vagy} \quad \psi = h_g \nu \tag{1.10}$$

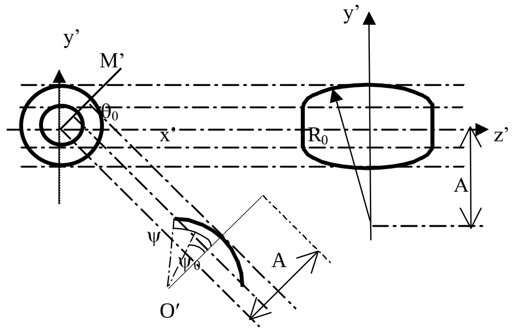
ahol ψ a $\nu=2\pi$ teljes rotációnak megfelelő elfordulási szög.

Az 1.2 ábra segítségével könnyen levezethető az M' pontot meghatározó oszlopmátrix az R_0 képező sugár, valamint a ψ_0 és θ_0 szögek függvényeként.

$$X' = X'(v) = \begin{bmatrix} [A - R_0 \cos(\psi_0 - \psi)] \cdot \cos\theta_0 \\ [A - R_0 \cos(\psi_0 - \psi)] \cdot \sin\theta_0 \\ R_0 \sin(\psi_0 - \psi) \end{bmatrix} \qquad (1.11)$$

amelyben A a tengelytáv.

1.1.4. Az inverz globoid csavarvonal



1.3.ábra. Inverz globoid csavarvonal

Az inverz globoid csavarvonalat a globoid csavarvonalhoz hasonlóan határozhatjuk meg, azzal a különbséggel, hogy ebben az esetben a tengelytáv a két képező sugár különbsége, ugyanakkor az elfordulási szögek különbsége fordított a globoidnál fellépőhöz viszonyítva. Tehát az inverz globoid csavarvonal egyenlete:

$$X' = X'(v) = \begin{bmatrix} [R_0 \cos(\psi - \psi_0) - A] \cdot \cos\theta_0 \\ [R_0 \cos(\psi - \psi_0) - A] \cdot \sin\theta_0 \\ R_0 \sin(\psi - \psi_0) \end{bmatrix} \qquad (1.12)$$

1.1.5.Hengeres csavarfelület

Tekintsük a következő oszlop mátrixot:

$$X' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (1.13)$$

Abban az esetben ha az oszlop mátrix elemei nem állandók, hanem egy u paramétertől függnek, akkor az O'x'y'z' rendszerből az Oxyz rendszerbe való áttérés kétváltozóssá alakul, vagyis egy hengeres csavarfelületet kapunk eredményül:

$$X(\nu, u) = M_{OO'}(\nu) \cdot X'(u) \tag{1.14}$$

Mivel az X' (u) oszlop mátrix nem függ a ν paramétertől, így egy G (u) profilgörbének tekinthetjük, amely invariáns az átalakulás ideje alatt.

Egy állandó, vagy változó osztású hengeres csavarfelületet bármilyen görbe leképezheti. Mivel a vezér görbe karakterisztikus görbének is tekinthető, így a hengeres csavarfelületet kétváltozós, vagy egyváltozós görbe is képezheti.

1.1.6. Kúpos csavarfelület

Ha mind az M' pontot meghatározó oszlop mátrix elemei, mind pedig a θ radiális elfordulási szög u paraméter függvényei, akkor a profil görbe kétváltozós, függ az u és a ν -től is. Ez a felület csak matematikailag elképzelhető, technológiailag nem. A felület csak akkor megvalósítható, ha θ = konstans, vagyis ha a profil görbe egy adott tengelymetszetben helyezkedik el. Ebben az esetben megkapjuk a kúpos csavarfelületet.

1.1.7. Globoid csavarfelület

A globoid csavarvonal meghatározására az (1.11) összefüggéssel leírt oszlop mátrixot kaptuk. Ebben minden elem a ν paraméter függvénye. Ha a θ_0 szög által jellemzett tengelymetszetben elhanyagoljuk a ψ_0 állandót, valamint az R_0 az u függvénye, akkor az oszlop mátrix kétváltozóssá alakul, vagyis egy felület keletkezik amelyet leképező görbének tekinthetünk.

Ha θ_0 konstans, akkor az előbbi felület helyett egy sík keletkezik, az így keletkezett leképező görbe az adott síkban forgómozgást végezve egy globoid csavarfelületet képez.

Technológiailag a globoid csavarfelületet legegyszerübben egy, a tengelymetszetben elhelyezett vágóéllel lehet kialakítani.

1.1.8. Inverz globoid csavarfelület

Az inverz globoid csavarfelületet az (1.12) oszlopmátrixxal határozhatjuk meg. Ez nagyban hasonlit a globoid csavarfelülethez, kivétel, hogy a leképező csavarvonal konvex görbe, nem pedig konkáv, mint a globoid csavarvonal.

1.2. A CSIGAHAJTÁSOK OSZTÁLYOZÁSA

A csigahajtásokat széles körben használják a hajtóművekben, az erőgépeknél, illetve egyes szerszámgépeknél.

Konstrukciós szempontból a csigahajtásokat három nagy csoportra oszthatjuk:

1. ***Hengeres csigahajtások*** (1.4. ábra), melyekre jellemző hogy a csiga menethernyóját henger alakú testre vágjuk;

2. ***Globoid csigahajtások*** mely esetben a csiga menethernyója egy konkáv forgástestre, úgynevezett globoidtestre készül;

3. ***Különleges csigahajtások***, amikor a csiga vagy a csigakerék alakja, esetleg mindkettőé speciális alak.

1.4. Hengeres csigahajtás

A csigahajtások előnyei közül megemlítjük a következőket:

- nagy erőátviteleknél alkalmazhatóak (P < 100 kW, n < 4000 fordulat/perc);
- egylépcsős hajtóművek esetében aránylag kis méretűek és nagy áttételt biztosítanak;
- csendes működésüek;

A csigahajtások hátrányai:

- az áttétel növelésével csökken a hatásfok és növekednek a veszteségek;
- a hajtás hatásfoka és élettartama kisebb mint a hengeres vagy a kúpos hajtásoké;
- megfelelő hűtést igényel, általában mesterséges hűtést;
- gyártási és szerelési technológiája nehézkes.

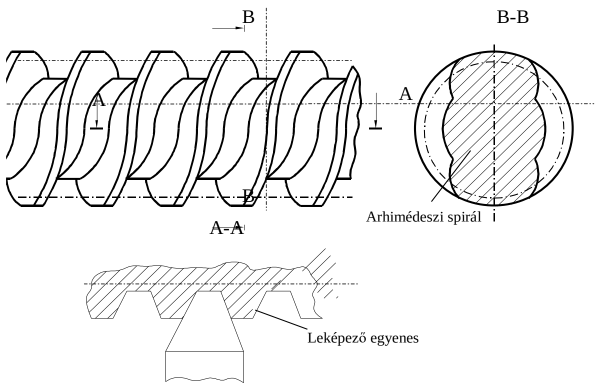
1.2.1. Hengeres csigahajtások

A csiga fogfelületének kiképzése szerint különböző csigatipusokat sorolhatunk rendszerbe. A hengeres csigáknál a Duplex csigát kivéve állandó osztásról beszélhetünk. A Duplex csigának változó osztása van, ezért az a speciális csigák közé sorolható.

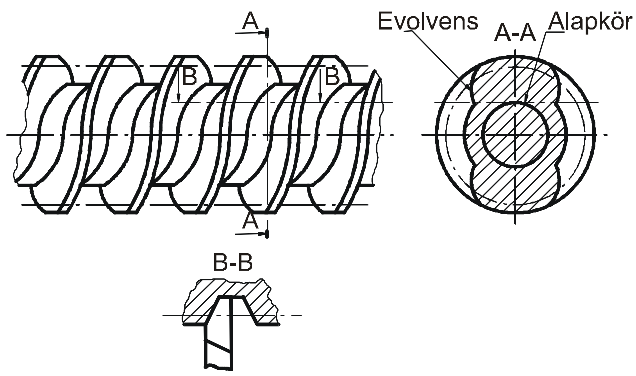
A vonalfelülettel képzett csigák közül megemlítjük: a ZA Archimedesi csigát (1.5. ábra), a ZI evolvens csigát (1.6. ábra), a ZN1 hernyós konvolút csigát (1.7. ábra), a ZN2 árkos konvolút csigát (1.8. ábra). A nem vonalfelületű csigák közül a ZK1 kétkúpos árkos csigát (1.9. ábra), a ZK2 egykúpos csigát (1.10. ábra), valamint az ívelt profilú csigákat említhetjük. Az ábrákon a csigát és megmunkálásának elvét mutatjuk be.

A vonalfelületű hengeres csigahajtások esetében, de a köszörült (ZK1 és ZK2) csigahajtásoknál is általában domború-domború érintkezés van. A kapcsolódási viszonyok javítására, illetve a fogazat szilárdságának növelésére fejlesztették ki az ívelt profilú csigahajtást, melynél a domború-homorú kapcsolási felületek növelik a hajtás terhelhetőségét.

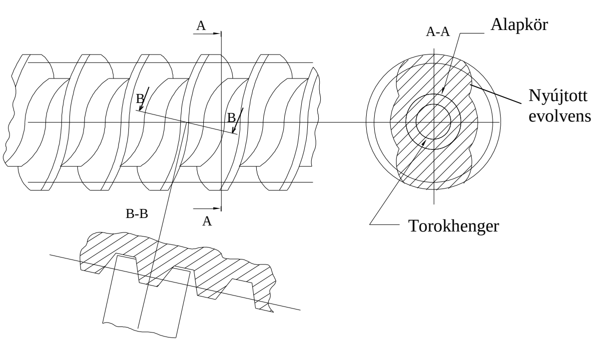
Mivel a hengeres csigahajtások érintkezési hossza kicsi, ezért a kutatók keresték azon lehetőségeket, hogy hosszabb érintkezést és nagyobb kapcsolási számot



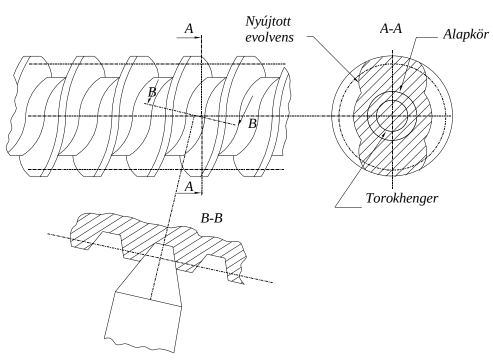
1.5.ábra ZA Archimedesi csiga



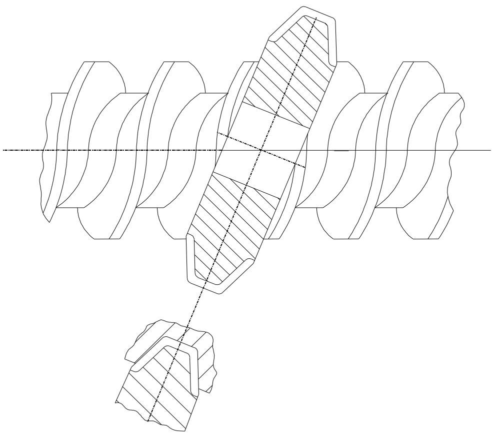
1.6. ábra ZI evolvens csiga



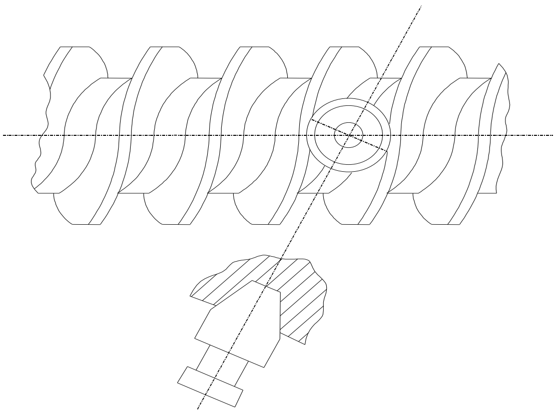
1.7. ábra ZN1 hernyós konvolút csiga



1.8. ábra ZN2 árkos konvolút csiga



1.9. ábra ZK1 kétkúpos árkos csiga



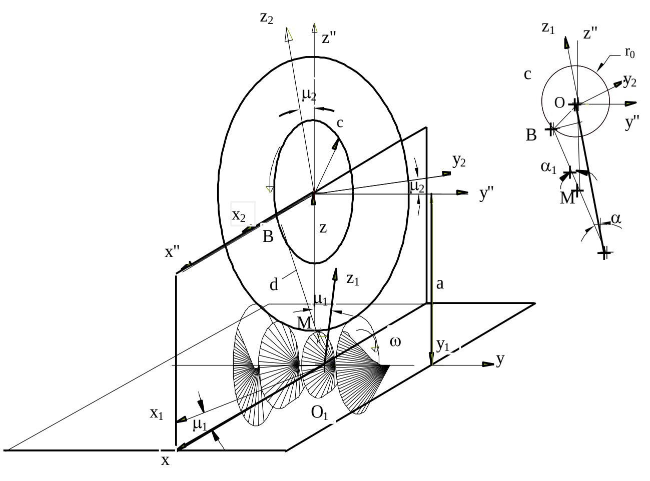
1.10. ábra ZK2 egykúpos csiga

biztosítsanak. Ez úgy lehetséges, ha a csiga és a csigakerék egymást körülöleli. E célból fejlesztették ki a globoid csigahajtást és azt a speciális csigát is, amely értekezésem témája.

1.2.2. Globoid csigahajtások (1.11 ábra)

1.11.ábra. Globoid csigahajtás

A globoid csigahajtás tulajdonképpen speciális hajtás, ahol a csiga és a csigakerék egymást körülöleli. Hogy mégis külön csoportba soroljuk, azt elterjedettségük gyakorisága és irodalmi feldolgozottságuk indokolja. Ebben az esetben a csiga már nem hengeres hanem globoid alakú, vagyis egy konkáv forgástest. Ezen hajtás teherbíró-képessége 3-4-szerese a hengeres csigahajtásokéhoz viszonyítva. Ezt magyarázza a hajtás kapcsolási viszonyainak sajátossága, hogy egyszerre több fog kapcsolódik egymással, továbbá előnyösebben helyezkednek el az érintkezési egyenesek, melyek majdnem merőlegesek a csúszási sebességre, így sokkal jobb kenési lehetőséget biztosítanak.



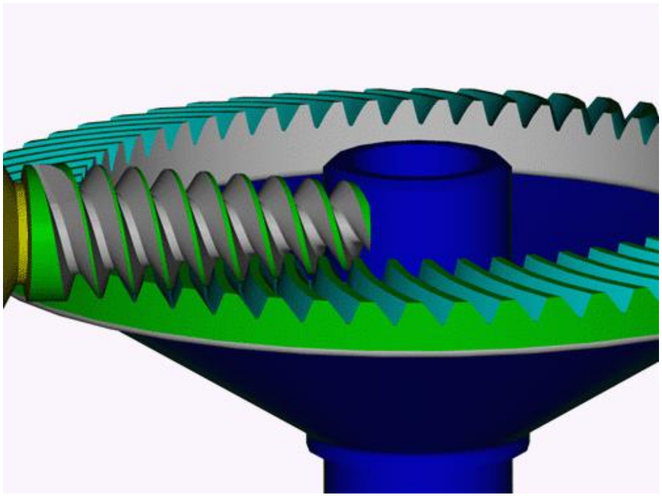
1.12.ábra Globoid csigahajtás egyszerűsített modellje

A csiga fogfelület képzése lehet vonalszerű, vagy nem vonalszerű. A legelterjedtebb a medián metszetben egyenes fogfelület, ennek a megmunkálását Cone típusú megmunkálásnak nevezik (1.12. ábra). Ebben az esetben a csiga fogfelületét leképző egyenes, vagyis a megmunkáló szerszám éle állandóan érint egy úgynevezett profilkört. Ez a profilkör határozza meg a csiga hosszát is, mivel ez nem lehet hosszabb a profilkör átmérőjénél.

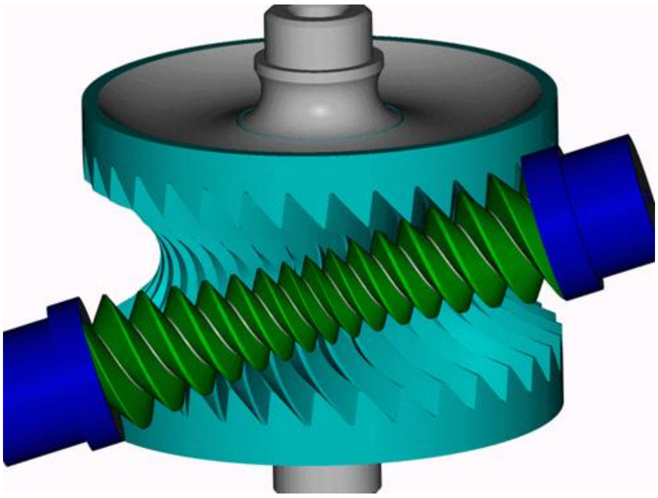
1.2.3. Különleges csigahajtások

Ezen csigahajtásoknál vagy a csiga, vagy a csigakerék, esetleg mindkettő különleges alakú.

A már ismert különleges csigahajtások közül megemlítjük a spiroid hajtást (1.13 ábra) és a hiperbolikus hajtást (1.14 ábra).



1.13 ábra. Spiroid hajtás [8]



1.14. ábra. Hiperbolikus csigahajtás [8]

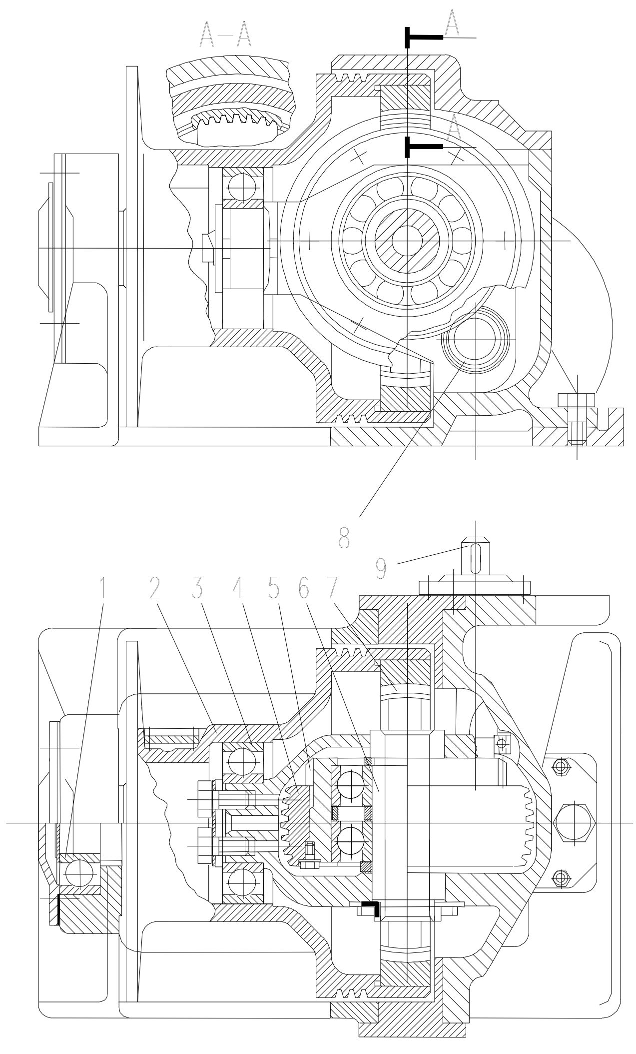
Amint az ábrákon is látható, minden esetben valamelyik elem különleges alakú, s tulajdonképpen ez vezet egy különleges hajtáshoz. Az ismert különleges hajtásokon kívül a disszertáció egy ujabb csigahajtással foglalkozik, a hordócsigás hajtással. Ezt a hajtást egy hordócsiga és egy belső fogazatú csigakerék alkotja.

Ez a belső csigás hajtás a segédlet témája, így ezen hajtásokkal a továbbiakban bővebben foglalkozik.

2. HORDÓCSIGÁS HAJTÁSOK

2.1. A HORDÓCSIGÁS HAJTÁSOKRÓL ÁLTALÁBAN

1972-ben három japán kutató, Ueno, Terashima és Sakamoto megpróbálja meghatározni a belső fogazatok megmunkálására használható elipszis alakú csigamaró geometriáját, valamint legyártani azt [10]. A fellépő geometriai és kinematikai nehézségek miatt megállapították, hogy ezt a módszert csak nagyolásra lehet használni. Pay E. és Jankó B. 1979-ben kibővítik kutatásukat [8] a kölcsönösen burkoló felületek matematikai meghatározására, majd 1980-ban [8] Pay E. konstruktív megoldásokat ad a belső fogazatok megmunkálására használható csigamaróról. Az elvégzett kutatások következtében, figyelembe véve az megmunkálási – működési analógiákat, felmerül a belső hordócsigás csigahajtás megvalósításának lehetősége. Egy csigahajtás esetén, ahol a csigakereket a csiga képezi le új elméleti és technológiai kérdések merültek fel.

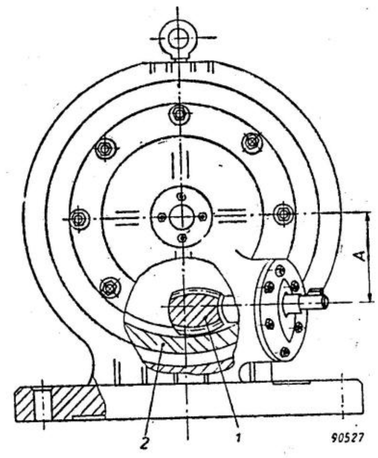


2.1.ábra. Kétlépcsős belső csigás hajtómű

A belső csigás hajtások elemei egy elipszoid vagy hordó alakú csiga és egy belső fogazatú csigakerék. Ahhoz, hogy a csigakerék körülölelje a csigát, a csiga külső felülete egy konvex görbe által leírt forgástestnek kell lennie.

Az első belső csigás hajtás egy kétlépcsős hajtómű részelemeként, Kozsevnikov Mechanizmusok könyvében jelent meg 1976-ban (2.1. ábra) [1].

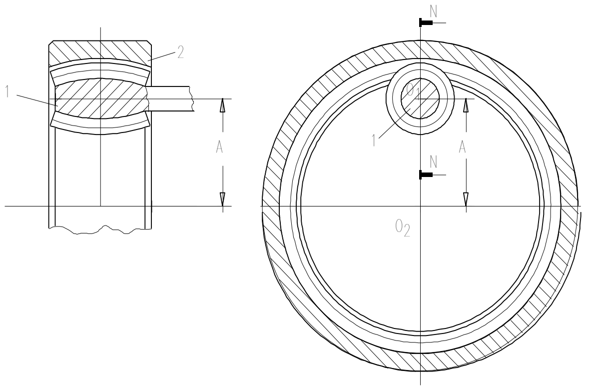
1986-ban és 1987 – ben, Pay E. szabadalmaztatta az egylépcsős belső csigás hajtóművet [3], (2.2.ábra), meghatározva ezen hajtások geometriáját, illetve a belső csigás hajtások elemeinek megmunkálási lehetőségét [4].



2.2. ábra *Egylépcsős belső csigás hajtómű*

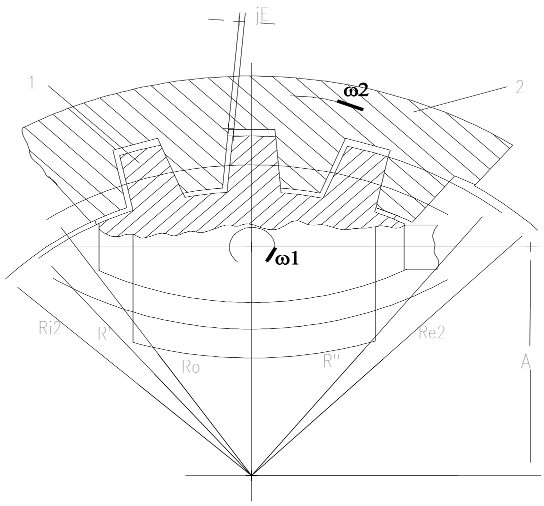
Ezek a hajtások részben hasonlítanak a globoid hajtáshoz, viszont abban eltérnek, hogy itt a tengelyek helyzete háromféle lehet. Párhuzamos tengelyek esetén (2.3. ábra) a hajtás hasonlít a kitérő tengelyű hengeres hajtásokra [8], viszont jóval nagyobb kapcsolási számot biztosít. Ebben az esetben nem okoz gondot a csiga csapágyazása.

Kitérő merőleges tengelyek esetén (2.4. ábra), a hajtást csak nagyméretű csigakerék esetén valósíthatjuk meg, mivel más esetben lehetetlen a csiga csapágyazása. Ezt az esetet nyugodtan nevezhetjük anti-globoid hajtásnak, mivel a részelemek ugyanúgy viszonyulnak egymáshoz, csak éppen ez egy belső hajtás [5], [8]. Ebben az esetben a csiga axiális metszete egy körellipszis, tehát a külső felület egy szimmetrikus forgástest.

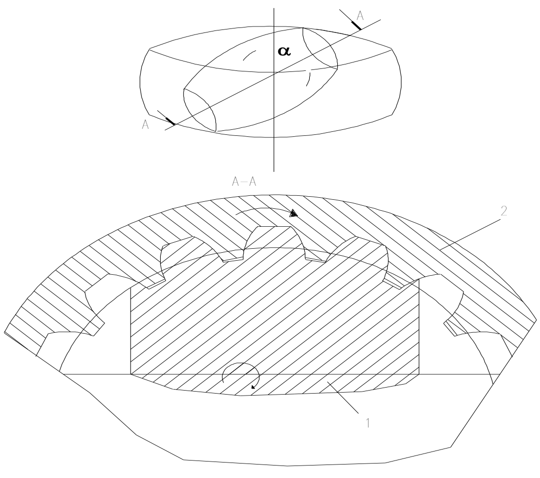


2.3.ábra Párhuzamos tengelyű belső csigás hajtás

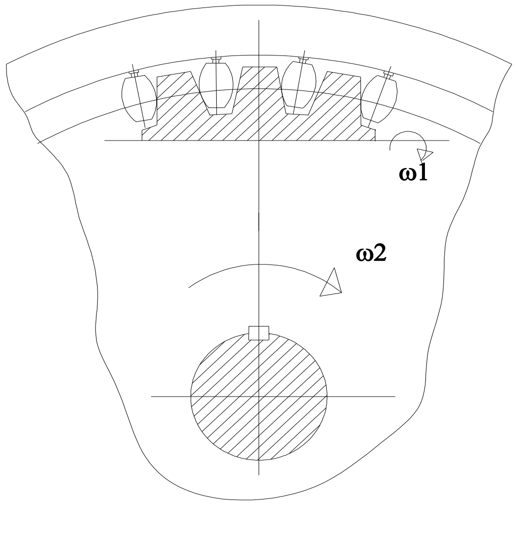
A harmadik lehetőség, a kitérő nem merőleges tengelyű belső csigás hajtás (2.5. ábra) [7], [8]. Ebben az esetben a két tengely között egy állandó α szög van. A csiga csapágyazása nem okoz gondot, ugyanakkor a hajtás mérete is kisebb, mivel így



2.4. ábra Kitérő merőleges tengelyű belső csigás hajtás



2.5. ábra Kitérő nem merőleges tengelyű belső csigás hajtás



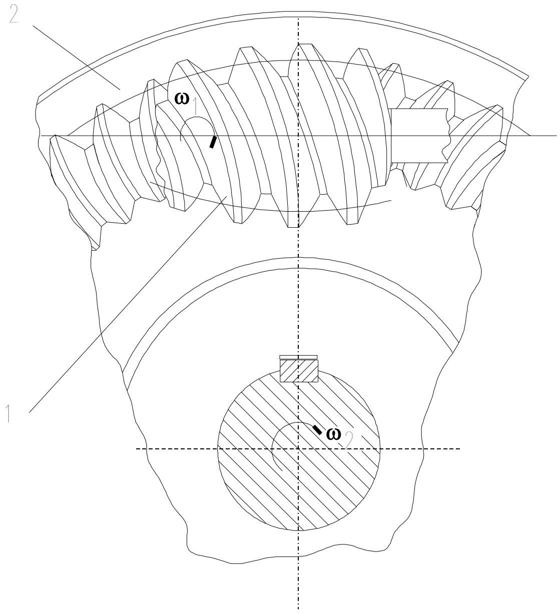
2.6. ábra Csapos fogazatú csigakerék és belső csigás hajtás

csak a csiga fogazott szakaszának kell befémie a csigakerékbe, a behajtás és a csapágyazás már lehet azon kívül. A csiga axiális metszete egy ellipszis, tehát a külső felülete egy ellipszoid forgástest.

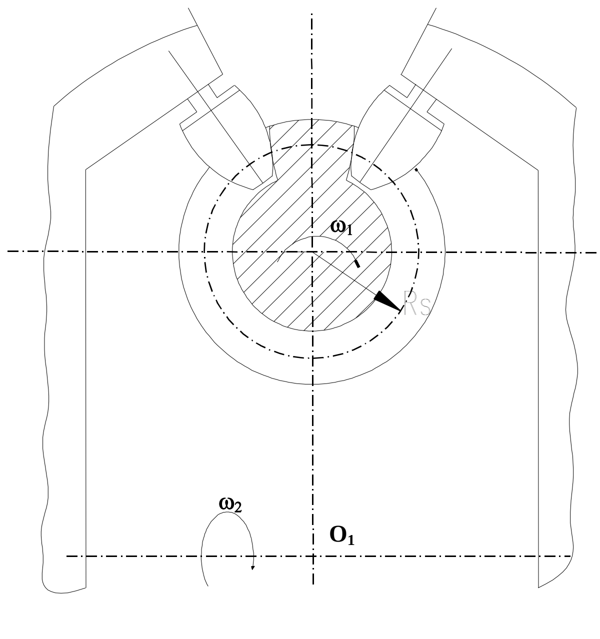
További próbálkozás, amikor a csúszó súrlódás javítása érdekében görgős csapok kerülnek a belső fogazatú csigakerék fogai helyébe (2.6. ábra) [8]. Így, a csúszósurlódás gördülő súrlódássá alakul, ami sokkal kisebb veszteségekhez vezet.

Más lehetőség, ha a csigakerék nem belsőfogazatú, hanem tangenciális fogazatú (2.7. ábra). Ebben az esetben számtalan új lehetőség nyílik, annak függvényében, hogy a hajtás tengelyei között milyen szög van.

Végül, egy ujabb konstruktív modell a metszett csigakerekes kitérő merőleges tengelyű csigahajtás, melynél a csiga hordóalakú (2.8. ábra).



2.7. ábra Tangenciális fogazatú csigakerék hordócsiga hajtás



2.8. ábra Metszett csigakerekes kitérő merőleges tengelyű csigahajtás

Az eddigi kutatási eredményeket a következő pontokban lehet összefoglalni:

1. a különböző konstruktív modellek tanulmányozása;
2. egy kitérő merőleges tengelyű kisérleti hajtás legyártása, felhasználva az ehhez szükséges különleges berendezéseket;

3. a kitérő merőleges tengelyű hajtások matematikai modellezése és számítógépes szimulációja;
4. a kitérő merőleges tengelyű hajtások kapcsolási mezejének meghatározása;
5. a kitérő nem merőleges tengelyű hajtás matematikai modellezése és számítógépes szimulációja;
6. a kitérő nem merőleges tengelyű hajtások kapcsolási mezejének meghatározása;
7. a hajtás elemeinek legyártása;
8. a csigakereket megmunkáló hordó csigamaró matematikai modellezése és legyártása.

Ezen kutatási pontok közül az első 6 megvalósult, az utolsó kettő pedig a jelenlegi és a jövőbeli kutatások célpontja.

2.2. A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSA

A hordócsiga fő paramétereit a hengeres és a globoid csigákhoz hasonlóan az axiális metszetben határozzuk meg. A számítási alap a csiga d_1, valamint a csigakerék d_2 osztókör átmérője. A leképzési módszertől függően a csiga fogfelülete egyenesek, vagy görbék által származtatott. Egyenes alkotójú csiga esetén a határegyenesek a d_0 átmérőjű profilkör érintői. Mivel hordócsigáról beszélünk, így, ebben az esetben az osztóhenger tulajdonképpen egy olyan osztófelületté alakul, melynek leképező görbéje egy körív.

Az számításoknál a következő alapadatokból indulunk ki:
- i_{12} – kinematikai áttétel;
- a – elemi tengelytáv;
- q – középmetszeti átmérőhányados.
Ezeken kivül még megadhatóak:
- h^* – fejmagasságtényező;
- c^* – lábhézagtényező;
- α – alapprofilszög.
Hordképlokalizációhoz
- i_t – technológiai kinematikai áttétel és
- a_t – technológiai tengelytávot használnak.

Általában $a \neq a_t$ és $i_{12} \neq i_t$, de első közelítésben egyenes alkotójú csiga esetén, a globoid hajtásokhoz hasonlóan ezek egyenlőek.

A belsőcsigás hajtások geometriai és kinematikai számítása a 2.1. táblázatban látható. Az összefüggésekben a csigahajtásokra vonatkozó szabványok szerepelnek, felhasználva ezen új típusú hajtások hasonlóságát a globoid csigahajtásokhoz, azaz az osztó-, fej- és lábköröket a torokmetszetben értelmezve.

A csigakerék ajánlott minimális fogszámára 30. Ezen kívül, ahhoz, hogy az α_x = 20° alapprofil-szöget biztosíthassuk, az szükséges, hogy a csigakerék z_0 fogát a csiga körülölelje, úgy, hogy lehetséges legyen a radiális összeszerelés.

A geometriai méretek számítására egy számpélda is található.

2.1. táblázat

A belső csigás hajtások geometriai és kinematikai számítása

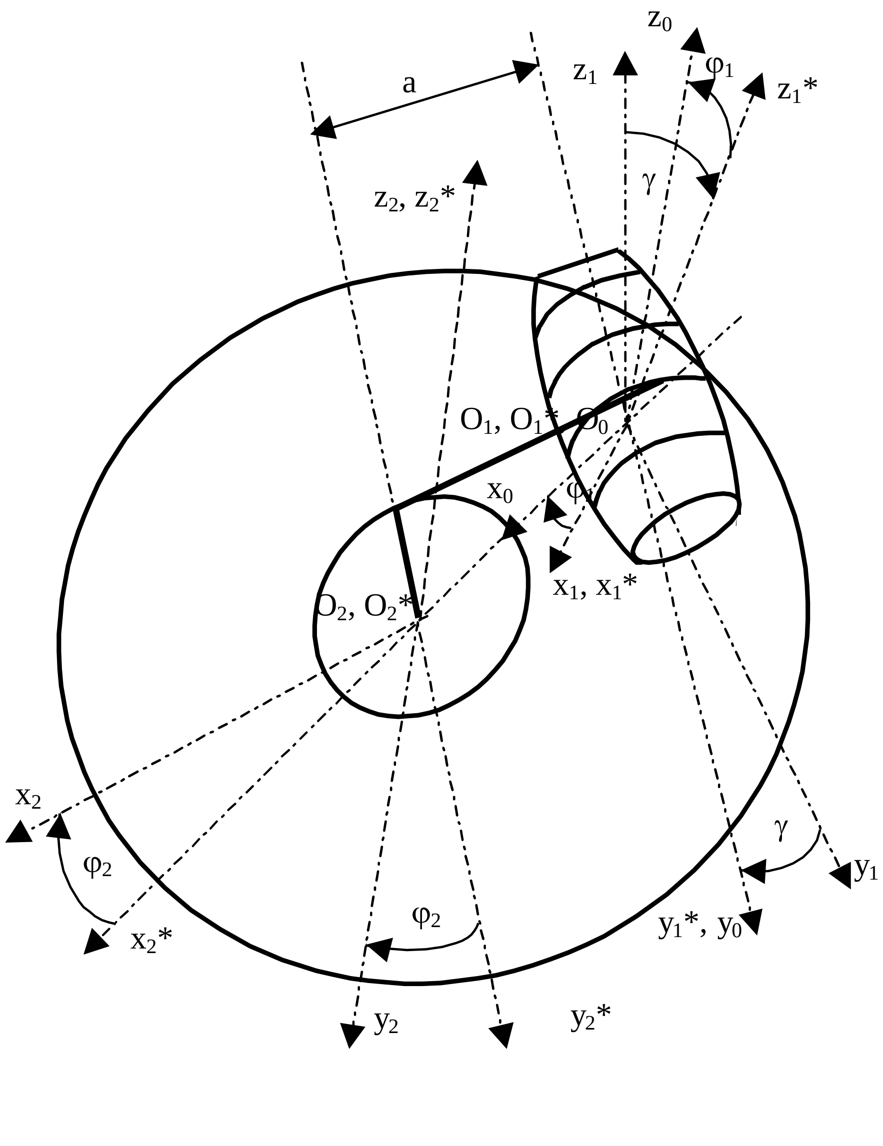
Sor Szám	Számítandó jellemző	Jelölés	Összefüggés	Szám-példa
1.	Áttétel	i_{12}	$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$	40
2.	A csiga fogszáma	z_1	$z_1 \leq 4$ (ajánlott)	1
3.	A csigakerék fogszáma	z_2	$z_2 = i_{12} \cdot z_1$	40
4.	A csiga átmérőhányadosa	q	Szabvány	10
5.	A csiga menetemelkedési szöge az osztókörön	γ	$\gamma = \mathrm{arctg}\frac{z_1}{q}$	5,7106
6.	Tengelytáv	a	$a = \frac{1}{2} m \cdot (z_2 - q)$	150
7.	Szabványosított tengelytáv	a	Szabvány	160
8.	A csiga axiális modulja	m_x	$m_x = \frac{2 \cdot a}{(z_2 - q)}$	10,667
9.	Szabványosított modul	m	szabvány	10
10.	A csiga osztókörátmérője	d_1	$d_1 = q \cdot m$	106,67
11.	A csigakerék osztókör-átmérője	d_2	$d_2 = z_2 \cdot m$	426,67
				A csiga alapfogméretei
12.	Fogmagasság	h_1	$h_1 = (1{,}6 \ldots 1{,}8) \cdot m$	17
13.	Fejmagasság	h_{a1}	$h_{a1} = (0{,}4 \ldots 0{,}5) \cdot h_1$	7,65
14.	Lábmagasság	h_{f1}	$h_{f1} = h_1 - h_{a1}$	9,35
				A csigakerék alapfogméretei
15.	Fogmagasság	h_2	$h_2 = h_1$	17
16.	Fejmagasság	h_{a2}	$h_{a2} = h_{f1} - c^*$	7,35
17.	Lábmagasság	h_{f2}	$h_{f2} = h_{a1} + c^*$	9,65
18.	Fejhézag	c^*	$c^* = (0{,}15 \ldots 0{,}25) \cdot m_x$	2

19.	A csiga fejkörátmérője	d_{a1}	$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot h_{a1}$	121,97
20.	A csigakerék fejkör-átmérője	d_{a2}	$d_{a2} = d_2 - 2 \cdot h_{a2}$	411,97
21	A csiga lábkörátmérője	d_{f1}	$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot h_{f1}$	87,967
22.	A csigakerék lábkör-átmérője	d_{f2}	$d_{f2} = d_2 + 2 \cdot h_{f2}$	445,97
23.	A csigakerék koszorú szélessége	b_2	$b_2 = 0{,}6 \cdot d_{a1}$	73,18
24.	A csigafej ellipszoid sugara	r_{e1}	$r_{e1} = a - 0{,}5 \cdot d_{a1}$	99,017
25.	A csigakerék fejfelület görbületi sugara	r_{e2}	$r_{e2} = 0{,}53 \cdot d_{f1_{max}}$	66,695
26.	A csiga fenékfelület görbületi sugara	r_{i1}	$r_{i1} = a - 0{,}5 \cdot d_{f1}$	116,02
27.	A csigakerék fenékfelület görbületi sugara	r_{i2}	$r_{i2} = r_{e2} + h_2$	83,695
28.	A csiga maximális lábkörátmérője	d_{f1max}	$d_{f1_{max}} = 2 \cdot \left(a - \sqrt{r_{i1}^2 - 0{,}25 \cdot L^2} \right)$	125,84
29.	A csiga burkolási határfélszöge	θ_{lim}	$\theta_{lim} = \mathrm{arctg} \frac{d_t}{d_2}$ $\theta_{lim} = \mathrm{arctg} 180 \cdot \frac{z_0}{z_2}$ ahol $z_0 = \frac{z_e}{0{,}9}$ és $z_e = 0{,}1 \cdot z_2$	0,1648
30.	A csiga burkolási félszöge	θ	$\theta = 0{,}9 \cdot \theta_{lim} = \mathrm{actg} 180 \cdot \frac{z_e}{z_2}$	42,667
31.	A csiga hossza	L	$L = d_2 \cdot \sin\theta$	127,05
32.	A csiga alapprofilszöge	α_x	ajámlott $\alpha_x = 20°$	20
33.	A csiga axiális osztása	p_x	$p_x = \pi \cdot m_x$	33,51
34.	A csiga szögosztása	φ	$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{z_2}$	0,157
35.	A profilkör átmérője	d_t	$d_t = d_2 \cdot \sin\left(\alpha_x + \frac{\varphi}{4} \right)$	131,85
36.	Kapcsolószám	ε_α	$\varepsilon_\alpha = \frac{125}{p_x}$	3,7302

3. A HORDÓCSIGÁS HAJTÁSOK MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

3.1. A HORDÓCSIGÁS HAJTÁSOK ÁLTALÁNOS MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

Az előbbi fejezetben említett, hogy a hordócsigás hajtás esetén három eset lehetséges a kitérő tengelyek helyezkedésére. Az általános eset az, amikor a csiga és a csigakerék tengelyei között egy állandó 0° és 90° közötti α szög van [8]. A matematikai modellezéshez a 3.1. ábrán látható egyszerűsített séma szolgál.



3.1. ábra. A hordócsigás hajtás általános modellje

Az ábrán a következő koordináta – rendszerek vannak:

- $O_0x_0y_0z_0$ - álló alaprendszer;
- $O_1x_1y_1z_1$ - a csigához kötött mozgó rendszer;
- $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$- álló rendszer, mely az alaprendszerhez viszonyítva γ = konstans ($0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$) szöggel van elfordulva;
- $O_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$ - álló rendszer mely az alaprendszerhez viszonyítva az "a" tengelytávval van eltolva az O_0x_0 tengely irányában;
- $O_2x_2y_2z_2$ - a csigakerékhez kötött mozgó rendszer.

A csiga a saját O_1y_1 tengelye körül forog ω_1 szögsebességgel, míg a csigakerék az O_2z_2 tengely körül forog ω_2 szögsebességgel. A csiga fogfelületét az "u" egyenes képezi le, mely a csigakerék osztókörével együtt az $x_2O_2y_2$ síkban helyezkedik el. A leképező egyenes ω_2 szögsebességgel forog az O2z2 tengely körül, miközben állandóan érinti az r_0 sugarú profilkört. Mivel egy belső hajtásról van szó, így az áttétel pozitív és az értéke:

$$i = i_{12} = \frac{1}{i_{21}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \text{konstans} \tag{3.1}$$

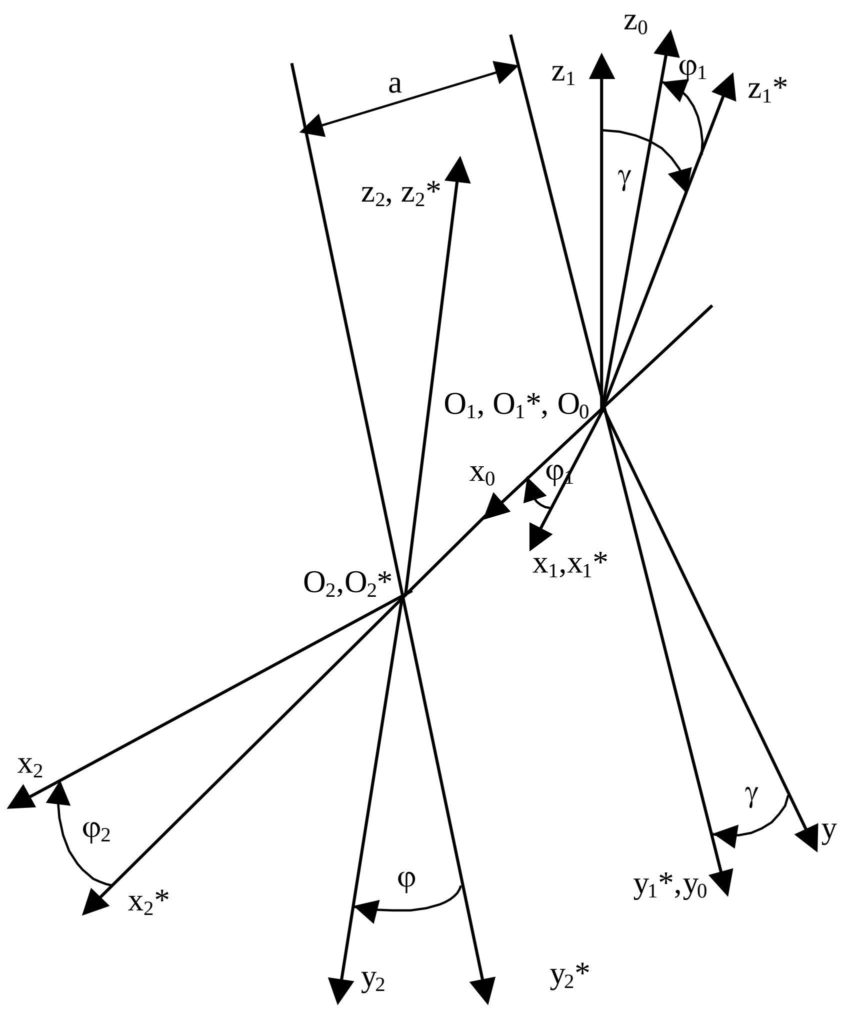
Tehát, a fentebb említettek alapján megállapítható, hogy a csigát leképező egyenes a csigakerékhez tartozó $O_2x_2y_2z_2$ rendszerben van. A leképező egyenes koordinátáinak transzformációja a csigakerékhez tartozó $O_2x_2y_2z_2$ rendszerből a csigához tartozó $O_1x_1y_1z_1$ rendszerbe megoldható az $O_0x_0y_0z_0$ alaprendszer, valamint az $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$ és $O_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$ álló segédrendszerek felhasználásával.

A transzformáció a következő vektor egyenlettel írható fel:

$$\vec{r}_1 = T_{12} \cdot \vec{r}_2 \tag{3.2}$$

amelyben, T_{12} a transzformációs mátrix, ami elemi forgási és eltolási mátrixok szorzata.

$$T_{12} = T_{11^*} \cdot T_{1^*0} \cdot T_{02^*} \cdot T_{2^*2} \tag{3.3}$$



3.2. ábra A transzformációkhoz szükséges koordinátarendszerek sémája

A 3.2. ábrán a transzformációhoz szükséges koordinátarendszerek láthatók. Észrevehető, hogy a csiga és a csigakerék tengelye közötti szög $\alpha = 90° - \gamma$, tehát, ha $\gamma = 0°$ akkor $\alpha = 90°$ és ekkor kitérő merőleges tengelyű hajtásról, ha viszont $\gamma = 90°$ akkor $\alpha = 0°$ és párhuzamos tengelyű hajtásról beszélünk.

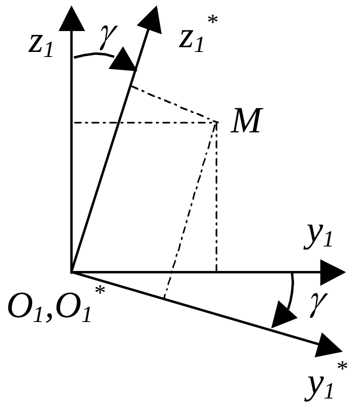
A csigakerék $O_2x_2y_2z_2$ rendszeréből a csiga $O_1x_1y_1z_1$ rendszerébe történő transzformációt a következő elemi transzformációk szorzata adja:

- egy rotáció γ = konstans szöggel a $O_1x_1y_1z_1$ rendszerből a $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$ rendszerbe;
- egy rotáció $\varphi_1 \neq$ konstans szöggel a $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$ rendszerből a $O_0x_0y_0z_0$ rendszerbe;

- egy transzláció “a” = konstans tengelytávval a $O_0x_0y_0z_0$ rendszerből a $O_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$ rendszerbe;
- egy rotáció $\varphi_2 \neq$ konstans szöggel a $O_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$ rendszerből a $O_2x_2y_2z_2$ rendszerbe.

A transzformációs egyenletek:

a).



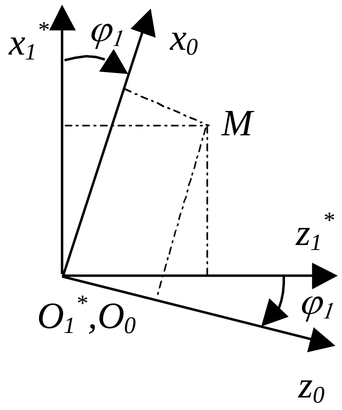
3.3. ábra

$$L^{(1)} = T_{11^*} \cdot L^{(1^*)}$$

$$\begin{cases} x_1 = x_1^* \\ y_1 = y_1^* \cdot \cos\gamma + z_1^* \cdot \sin\gamma \\ z_1 = -y_1^* \cdot \sin\gamma + z_1^* \cdot \cos\gamma \end{cases} \tag{3.4}$$

$$T_{11^*} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b).



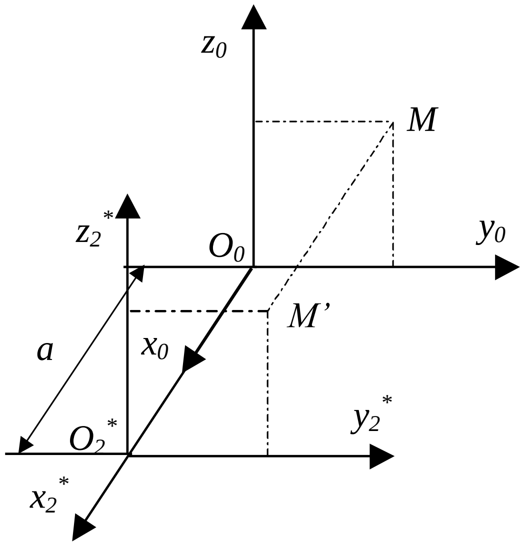
3.4. ábra

$$L^{(1^*)} = T_{1^*0} \cdot L^{(0)}$$

$$\begin{cases} x_1^* = x_0 \cdot \cos\varphi_1 - z_0 \cdot \sin\varphi_1 \\ y_1^* = y_0 \\ z_1^* = x_0 \cdot \sin\varphi_1 + z_0 \cdot \cos\varphi_1 \end{cases} \tag{3.5}$$

$$T_{1^*0} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & 0 & -\sin\varphi_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & 0 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c).



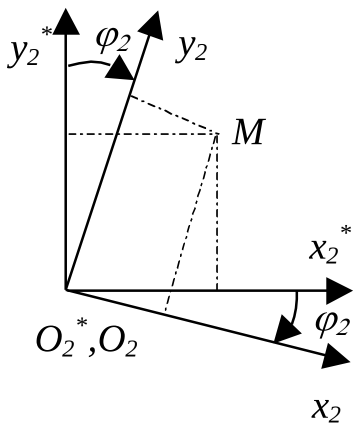
$$L^{(0)} = T_{02*} \cdot L^{(2*)}$$

$$\begin{cases} x_0 = x_2{}^* - a \\ y_0 = y_2{}^* \\ z_0 = z_2{}^* \end{cases} \tag{3.6}$$

$$T_{02*} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.5. ábra

d).



$$L^{(2*)} = T_{2*2} \cdot L^{(2)}$$

$$\begin{cases} x_2^* = x_2 \cdot \cos\varphi_2 + y_2 \cdot \sin\varphi_2 \\ y_2^* = -x_2 \cdot \sin\varphi_2 + y_2 \cos\varphi_2 \\ z_{2*} = z_2 \end{cases} \tag{3.7}$$

$$T_{2*2} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.6. ábra

A (3.4), (3.5), (3.6) és a (3.7) összefüggésekkel meghatározott elemi transzformációs mátrixok szorzatából megkapjuk a végleges transzformációs mátrixot. Tehát:

$$L^{(1)} = T_{12} \cdot L^{(2)} = T_{11^*} \cdot T_{1^*0} \cdot T_{02^*} \cdot T_{2^*2} \cdot L^{(2)}, \tag{3.8}$$

vagyis,

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1\cos\varphi_2 & \cos\varphi_1\sin\varphi_2 & -\sin\varphi_1 & -a\cos\varphi_1 \\ \sin\gamma\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - \cos\gamma\sin\varphi_2 & \sin\gamma\sin\varphi_1\sin\varphi_2 + \cos\gamma\cos\varphi_2 & \sin\gamma\cos\varphi_1 & -a\sin\gamma\sin\varphi_1 \\ \cos\gamma\sin\varphi_1\cos\varphi_2 + \sin\gamma\sin\varphi_2 & \cos\gamma\sin\varphi_1\sin\varphi_2 - \sin\gamma\cos\varphi_2 & \cos\gamma\cos\varphi_1 & -a\cos\gamma\sin\varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

A (3.9)-beli transzformációs mátrix az általános esetre vonatkozik, amikor a tengelyek közötti szög $\alpha = 90° - \gamma$, és $0° < \gamma < 90°$.

Ez a mátrix magába foglalja a transzformációs mátrixokat a speciális esetekre is.

Ha $\gamma = 0°$, tehát $\alpha = 90°$ akkor a tengelyek kitérő merőlegesek, a transzformációs mátrix pedig:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1\cos\varphi_2 & \cos\varphi_1\sin\varphi_2 & -\sin\varphi_1 & -a\cos\varphi_1 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1\cos\varphi_2 & \sin\varphi_1\sin\varphi_2 & \cos\varphi_1 & -a\sin\varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Felhasználva a transzformációs mátrixot, a (3.2) vektoriális egyenlet a következő alakot ölti:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1\cos\varphi_2 & \cos\varphi_1\sin\varphi_2 & -\sin\varphi_1 & -a\cos\varphi_1 \\ \sin\gamma\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - \cos\gamma\sin\varphi_2 & \sin\gamma\sin\varphi_1\sin\varphi_2 + \cos\gamma\cos\varphi_2 & \sin\gamma\cos\varphi_1 & -a\sin\gamma\sin\varphi_1 \\ \cos\gamma\sin\varphi_1\cos\varphi_2 + \sin\gamma\sin\varphi_2 & \cos\gamma\sin\varphi_1\sin\varphi_2 - \sin\gamma\cos\varphi_2 & \cos\gamma\cos\varphi_1 & -a\cos\gamma\sin\varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

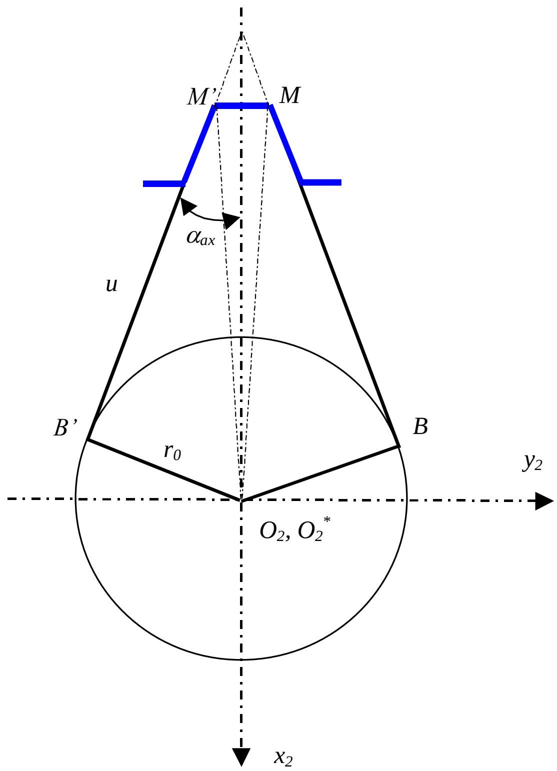
Felírván a koordináta rendszerek transzformációit, szükséges meghatározzuk a leképező egyenes koordinátáit, mind a jobb fogfelület, mind pedig a bal fogfelület számára. Ebben az esetben meghatározhatjuk a mozgópont koordinátáit. A 3.7 ábra segítségével felírhatjuk a következő vektoriális egyenletet.

$$\overline{O_2M} = \overline{O_2B} + \overline{BM} \tag{3.12}$$

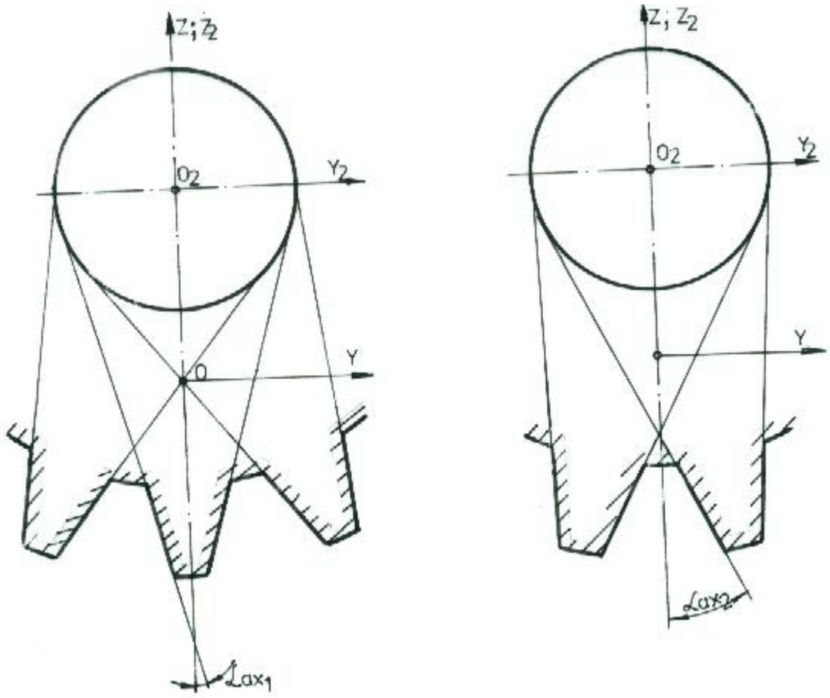
amelyben:

$O_2B = r_0 = konstans$, a profilkör sugara;

$BM = u \neq konstans$, egy változó adat mely a leképző egyenes és a kapcsolási pont helyzeteinek függvénye.



3.7. ábra A generálási egyenletek meghatározására használt séma



3.8.ábra. Az α_{ax} szög meghatározásának módja

A 3.7. ábrán a $O_2^*x_2^*$ és $O_2 x_2$ tengelyek fedik egymást, mivel a kiinduló időpillanatban nincs közöttük szögeltérés. Ahhoz, hogy az M mozgó pont skaláris koordinátáit meghatározhassuk, még van egy ismeretlenünk, az α_{ax} szög. Ezt meghatározhatjuk, úgy, hogy ez a szög a fogprofilról a profilkörhöz húzott érintők közötti szögnek a fele. Belső csigahajtások esetén, ha az érintők egy fogat zárnak körül, akkor a szög kisebb és α_{ax1} a jelölése, ha pedig egy fogárkot zárnak körül akkor a szög nagyobb és α_{ax2} a jelölése (3.8. ábra).

Felhasználva a 3.7. ábrát, a bal fogfelület x_2', y_2' és z_2' koordinátái az r_0, u és α_{ax} függvényében a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_2' = -r_0 \cdot \sin\alpha_{ax} - u \cdot \cos\alpha_{ax} \\ y_2' = -r_0 \cdot \cos\alpha_{ax} + u \cdot \sin\alpha_{ax} \\ z_2' = 0 \end{cases} \tag{3.13}$$

A jobb fogfelület x_2, y_2 és z_2 koordinátái:

$$\begin{cases} x_2 = -r_0 \cdot \sin\alpha_{ax} - u \cdot \cos\alpha_{ax} \\ y_2 = r_0 \cdot \cos\alpha_{ax} - u \cdot \sin\alpha_{ax} \\ z_2 = 0 \end{cases} \tag{3.14}$$

Elvégezve a (3.11) mátrix egyenletben a beszorzásokat a következő koordinátákat kapjuk:

$$\begin{cases} x_1 = \cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 \cdot x_2 + \cos\varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 \cdot y_2 - \sin\varphi_1 \cdot z_2 - a \cdot \cos\varphi_1 \\ y_1 = (\sin\gamma \cdot \sin\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 - \cos\gamma \cdot \sin\varphi_2) \cdot x_2 + (\sin\gamma \cdot \sin\varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 + \cos\gamma \cdot \cos\varphi_2) \cdot y_2 + \\ \quad + \sin\gamma \cdot \cos\varphi_1 - a \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi_1 \\ z_1 = (\cos\gamma \cdot \sin\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 + \sin\gamma \cdot \sin\varphi_2) \cdot x_2 + (\cos\gamma \cdot \sin\varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 - \sin\gamma \cdot \cos\varphi_2) \cdot y_2 + \\ \quad + \cos\gamma \cdot \cos\varphi_1 \cdot z_2 - a \cdot \cos\gamma \cdot \sin\varphi_1 \end{cases} \tag{3.15}$$

A (3.13) összefüggés értékeit behelyettesítve a (3.15) összefüggésbe, megkapjuk a bal fogfelület mozgópontjának skaláris koordinátáit a csigához kötött rendszerben:

$$\begin{cases} x_1' = -\cos\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] \\ y_1' = -\sin\gamma\sin\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] - \\ \quad - \cos\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] \\ z_1' = -\cos\gamma\sin\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] + \\ \quad + \sin\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{3.16}$$

A (3.16) összefüggés a bal fogfelület mozgó pontjának koordinátái általános esetben, melyből meghatározhatók a sajátos esetet is.

Ha $\gamma = 0°$, tehát $\alpha = 90°$, vagyis kitérő merőleges tengelyek esetén:

$$\begin{cases} x_1' = -\cos\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] \\ y_1' = -r_0\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \\ z_1' = -\sin\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{3.17}$$

A (3.14) összefüggés értékeit behelyettesítve a (3.16) összefüggésbe, megkapjuk a jobb fogfelület mozgó pontjának skaláris koordinátáit a csigához kötött rendszerben, általános esetben:

$$\begin{cases} x_1 = -\cos\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] \\ y_1 = -\sin\gamma\sin\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] + \\ \quad + \cos\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] \\ z_1 = -\cos\gamma\sin\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] - \\ \quad - \sin\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{3.18}$$

A (3.18) összefüggésben a megfelelő behelyettesítéseket elvégezve, meghatározhatjuk ezen pont koordinátáit a speciális esetben.

Ha $\gamma = 0°$, tehát $\alpha = 90°$, vagyis kitérő merőleges tengelyek esetén:

$$\begin{cases} x_1 = -\cos\varphi_1\left[a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] \\ y_1 = r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) \\ z_1 = -\sin\varphi_1\left[a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{3.19}$$

A (3.14) összefüggés meghatározza az M mozgó pont koordinátáit a csiga rendszerében, a csigakerék rendszerének függvényében. Ha tehát az M mozgó pont koordinátáit a csigakerék rendszerében keressük a csiga rendszerének függvényében akkor a kapott transzformációs mátrix transzponált mátrixát kell használjuk [8].

A további számítások egyszerűsítése végett bevezetünk néhány jelölést.

A bal fogfelület esetében:

$$\begin{aligned} \Delta' &= a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \\ \Omega' &= r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u\sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \end{aligned} \tag{3.20}$$

Ezen jelölésekkel a mozgó pont koordinátái a bal fogfelületen, általános esetben a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_1' = -\Delta'\cos\varphi_1 \\ y_1' = -\Delta'\sin\gamma\sin\varphi_1 - \Omega'\cos\gamma \\ z_1' = -\Delta'\cos\gamma\sin\varphi_1 + \Omega'\sin\gamma \end{cases} \tag{3.21}$$

A jobb fogfelület esetében:

$$\begin{aligned} \Delta &= a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \\ \Omega &= r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) \end{aligned} \tag{3.22}$$

Ezen jelölésekkel a mozgó pont koordinátái a jobb fogfelületen, általános esetben a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_1 = -\Delta\cos\varphi_1 \\ y_1 = -\Delta\sin\gamma\sin\varphi_1 + \Omega\cos\gamma \\ z_1 = -\Delta\cos\gamma\sin\varphi_1 - \Omega\sin\gamma \end{cases} \tag{3.23}$$

A mozgó pont koordinátáinak meghatározása után, a következő teendő az érintkezési vonalak meghatározása. Ezt elsődlegesen a csiga hengerekkel való metszésével határozhatjuk meg.

3.2. AZ ÉRINTKEZÉSI VONALAK MEGHATÁROZÁSA HENGEREKKEL VALÓ METSZÉSBŐL

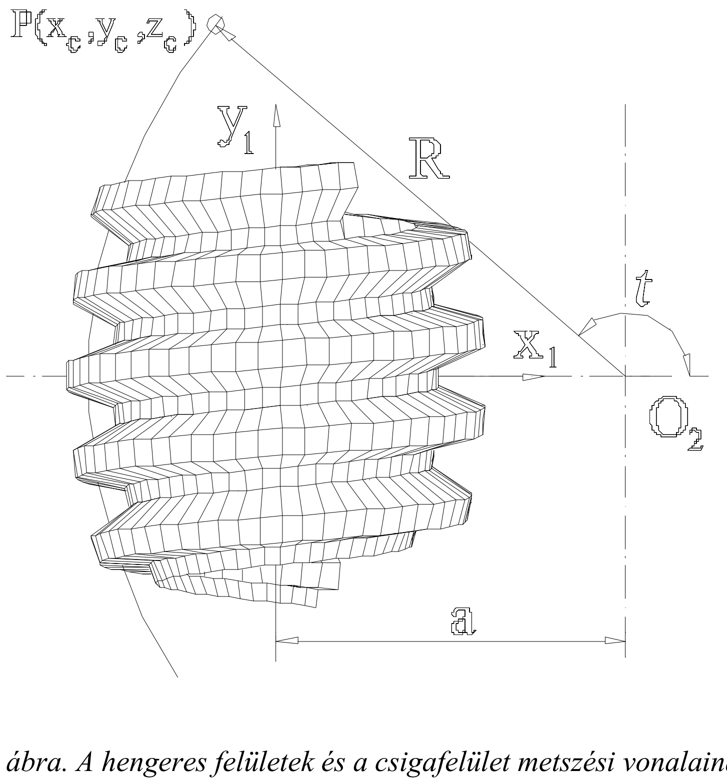
A hengerekkel való metszés azt jelenti, hogy a fentebb megkapott csigát metszük a csigakareket megtestesítő hengerekkel. Ezek átmérője megfelel a csigakerék különböző átmérőivel, így megkaphatjuk az érintkezési vonalakat. Ez egy közelítő módszer [8] mely által ellenőrizhetjük az eddigi matematikai modellezés pontosságát.

A henger sugara R, mely az [R_{min}, R_{max}] intervallumon változik, vagyis a csiga lábkörátmérőjétől a fejkörátmérőjéig, így a csigakerék egész fogmagassága meghatározható.

Tekintsük a 3.9. ábrán látható O_2 középpontú és R sugarú hengert. Ezáltal tulajdonképpen a csigakereket testesítjük meg. Az ábrán az R sugár a csigakerék osztókör sugarának felel meg.

Vegyünk egy P (x_c, y_c, z_c) koordinátájú pontot erről a felületről melynek egyenlete:

$$\begin{cases} x_c = R\cos t - a \\ y_c = R\sin t \\ z_c = h \end{cases} \tag{3.24}$$



3.9. ábra. A hengeres felületek és a csigafelület metszési vonalainak meghatározása

A 3.24. összefüggésben „t” a leképezési szög, „h” pedig a henger magassága.

A henger és a csiga jobb fogfelülete közötti metszési görbék egyenletét úgy kapjuk meg, ha a csiga fogfelületének egyenlete (3.18) és a (3.24) összefüggásekből kiiktatunk egy változót. Tehát:

$$(x_c + a)^2 + y_c^2 = (R\cos t)^2 + (R\sin t)^2 = R^2 \qquad (3.25)$$

Mivel az illető P pont a csiga felületén van így a henger egyenlete az $x_1O_1y_1$ síkban:

$$(x_1 + a)^2 + y^2 = R^2 \qquad (3.26)$$

vagy ezt kifejtve:

$$x_1^2 + 2ax_1 + a^2 + y^2 - R^2 = 0 \qquad (3.27)$$

A (3.27) összefüggésbe behelyettesítve a jobb fogfelület mozgópont koordinátáit általános esetben, egy „u” és „φ_1” változós másodfokú egyenlethez jutunk:

$$Au^2 + Bu + C = 0 \qquad (3.28)$$

melynek együtthatói a következők:

$$\begin{cases} A = \cos^2\varphi_1 \cos^2(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + \\ + [\sin\gamma \sin\varphi_1 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) - \cos\gamma \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})]^2 \\ B = 2(\cos^2\varphi_1 + \sin^2\gamma \sin^2\varphi_1)\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})[a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\ - 2\cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})[a\cos\varphi_1 - r_0 \cos^2\gamma \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\ - 2\sin\gamma \cos\gamma \sin\varphi_1 [a\sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + r_0 \cos 2(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ C = \{\cos\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - a\}^2 + r_0^2 \cos^2\gamma \cos^2(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + \\ + \sin^2\gamma \sin^2\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})]^2 - R^2 - \\ - 2r_0 \sin\gamma \cos\gamma \sin\varphi_1 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})[a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \end{cases} \qquad (3.29)$$

Abban az esetben, ha a másodfokú egyenletnek vannak valós gyökei, akkor ezek a gyökök a (3.18) és a (3.24) rendszerek közötti összefüggést határozza meg, így megkaphatjuk a csiga fogfelülete és az R sugarú hengerek közötti metszésgörbéket

3.3. A KAPCSOLÓDÁSI EGYENLET MEGHATÁROZÁSA

A hengerekkel való metszés után, mely igazolta a matematikai modellezés pontosságát, vagyis azt, hogy léteznek érintkezési vonalak, valamint kapcsolási felületek, ezek meghatározására a kapcsolási egyenletet használom.

A fogfelületek kapcsolódása azon alapszik, hogy a kapcsolódó fogfelületek bármely kapcsolódási pontjában a felületi normális merőleges a relatív sebesség vektorára. Tehát a kapcsolódási egyenlet vektoriális alakja:

$$\overline{v_{21i}} \cdot \overline{n_i} = 0 \tag{3.30}$$

Skaláris alakja pedig:

$$v_{21xi} \cdot n_{xi} + v_{21yi} \cdot n_{yi} + v_{21zi} \cdot n_{zi} = 0 \tag{3.31}$$

A normálvektor skaláris komponenseit a következőképpen határozhatjuk meg:

$$n_{xi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial \mu} & \frac{\partial z_i}{\partial \mu} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \nu} & \frac{\partial z_i}{\partial \nu} \end{vmatrix} \quad n_{yi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_i}{\partial \mu} & \frac{\partial x_i}{\partial \mu} \\ \frac{\partial z_i}{\partial \nu} & \frac{\partial x_i}{\partial \nu} \end{vmatrix} \quad n_{zi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial \mu} & \frac{\partial y_i}{\partial \mu} \\ \frac{\partial x_i}{\partial \nu} & \frac{\partial y_i}{\partial \nu} \end{vmatrix} \tag{3.32}$$

A (3.33) rendszerben szereplő parciális deriváltak értékei a következők:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} = \sin\varphi_1\left[a - r_0 \sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] + \\ \qquad + i_{21}\cos\varphi_1\left[r_0\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] \\ \dfrac{\partial x_1}{\partial u} = -\cos\varphi_1\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) \\ \dfrac{\partial y_1}{\partial \varphi_1} = -\sin\gamma\cos\varphi_1\left[a - r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] + \\ \qquad + i_{21}\sin\gamma\sin\varphi_1\left[r_0\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] + \\ \qquad + i_{21}\cos\gamma\left[-r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] \\ \dfrac{\partial y_1}{\partial u} = -\sin\gamma\sin\varphi_1\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + \cos\gamma\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) \\ \dfrac{\partial z_1}{\partial \varphi_1} = -\cos\gamma\cos\varphi_1\left[a - r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] + \\ \qquad + i_{21}\cos\gamma\sin\varphi_1\left[r_0\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] - \\ \qquad - i_{21}\sin\gamma\left[-r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] \\ \dfrac{\partial z_1}{\partial u} = -\cos\gamma\sin\varphi_1\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) - \sin\gamma\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) \end{cases} \tag{3.33}$$

Kifejtve a (3.32) determináns rendszert, majd elvégezve a műveleteket, a normálvektor skaláris komponenseire, az általános esetben, a következő értékeket kapjuk:

$$\begin{cases} n_{x1} = \dfrac{\partial y_1}{\partial \varphi_1}\dfrac{\partial z_1}{\partial u} - \dfrac{\partial z_1}{\partial \varphi_1}\dfrac{\partial y_1}{\partial u} = -i_{21}u\sin\varphi_1 + \\ \quad + \cos\varphi_1\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\left[a - r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] \\ n_{y1} = \dfrac{\partial z_1}{\partial \varphi_1}\dfrac{\partial x_1}{\partial u} - \dfrac{\partial x_1}{\partial \varphi_1}\dfrac{\partial z_1}{\partial u} = i_{21}u\sin\gamma\cos\varphi_1 + \\ \quad + \left[\cos\gamma\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + \sin\gamma\sin\varphi_1\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right]\cdot\left[a - r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] \\ n_{z1} = \dfrac{\partial x_1}{\partial \varphi_1}\dfrac{\partial y_1}{\partial u} - \dfrac{\partial y_1}{\partial \varphi_1}\dfrac{\partial x_1}{\partial u} = i_{21}u\cos\gamma\cos\varphi_1 + \\ \quad + \left[\cos\gamma\sin\varphi_1\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) - \sin\gamma\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right]\cdot\left[a - r_0\sin\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right) + u\cos\left(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}\right)\right] \end{cases}$$

(3.34)

Mivel az alapváltozó az „u” a leképező egyenes paramétere, ezért a normálvektor skaláris komponenseit „u”-ban elsőfokú egyenletként irjuk, fel:

$$\begin{cases} n_{x1} = a_1 \cdot u + b_1 \\ \quad a_1 = \cos\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - i_{21}\sin\varphi_1 \\ \quad b_1 = \cos\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})[a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ n_{y1} = a_2 \cdot u + b_2 \\ \quad a_2 = [\cos\gamma\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin\gamma\sin\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})]\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21}\sin\gamma\cos\varphi_1 \\ \quad b_2 = [\cos\gamma\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin\gamma\sin\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ n_{z1} = a_3 \cdot u + b_3 \\ \quad a_3 = [\cos\gamma\sin\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin\gamma\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})]\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21}\cos\gamma\cos\varphi_1 \\ \quad b_3 = [\cos\gamma\sin\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin\gamma\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \end{cases} \tag{3.35}$$

A (3.35) összefüggés a normál vektor általános komponenseit határozza meg. Sajátos esetekben, ha $\gamma = 0°$, vagyis kitérő merőleges tengelyek esetén:

$$\begin{cases} n_{x1} = a_1 \cdot u + b_1 \\ \quad a_1 = \cos\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - i_{21}\sin\varphi_1 \\ \quad b_1 = \cos\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})[a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ n_{y1} = a_2 \cdot u + b_2 \\ \quad a_2 = \cos^2(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ \quad b_2 = \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ n_{z1} = a_3 \cdot u + b_3 \\ \quad a_3 = \sin\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21}\cos\varphi_1 \\ \quad b_3 = \sin\varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \end{cases} \tag{3.36}$$

A relatív sebességvektor komponenseit a 3.10. ábra segítségével határozhatjuk meg. Egy kapcsolási felületen lévő M pont v_r relatív sebességvektorát meghatározhatjuk, ha meghatározzuk a csigakeréknek a csigához viszonyított relatív sebességét a csiga μ_1 elfordulási szögének függvényében. Be kell vezessük a m1 szöget is, mivel ez nem a generálási szög, hanem egy ujabb változó, amelyik segítségével a csigát egy bizonyos helyzetben „lemerevítjük”, ahhoz, hogy a kapcsolódást láthassuk.

A mechanikából ismerjük, hogy:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{3.37}$$

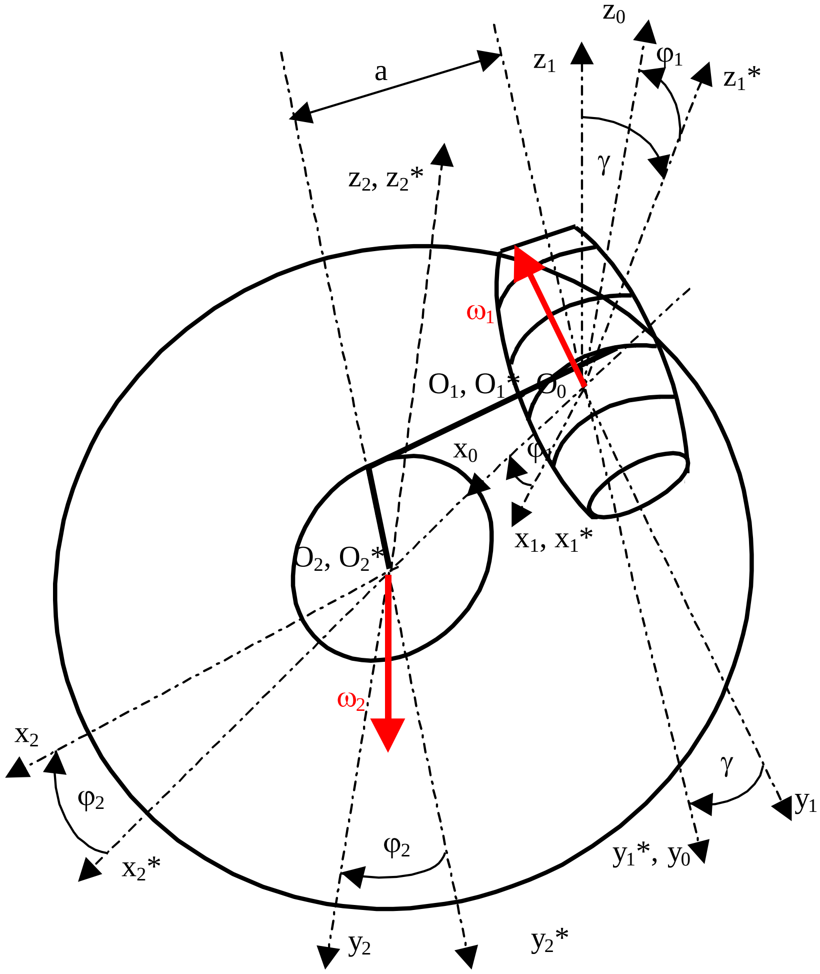
A mi esetünkben:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2 - \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 \tag{3.38}$$

belső hajtások esetén,

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{\omega}_2 \times \left(\vec{r}_1 + \vec{a}\right) - \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 \tag{3.39}$$

A (3.39) összefüggést determinánsokként felírva:



3.10. ábra. A relatív sebesség komponenseinek meghatározási sémája

$$\vec{v}_{21} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{2x1} & \omega_{2y1} & \omega_{2z1} \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{2x1} & \omega_{2y1} & \omega_{2z1} \\ a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{1x1} & \omega_{1y1} & \omega_{1z1} \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} \tag{3.40}$$

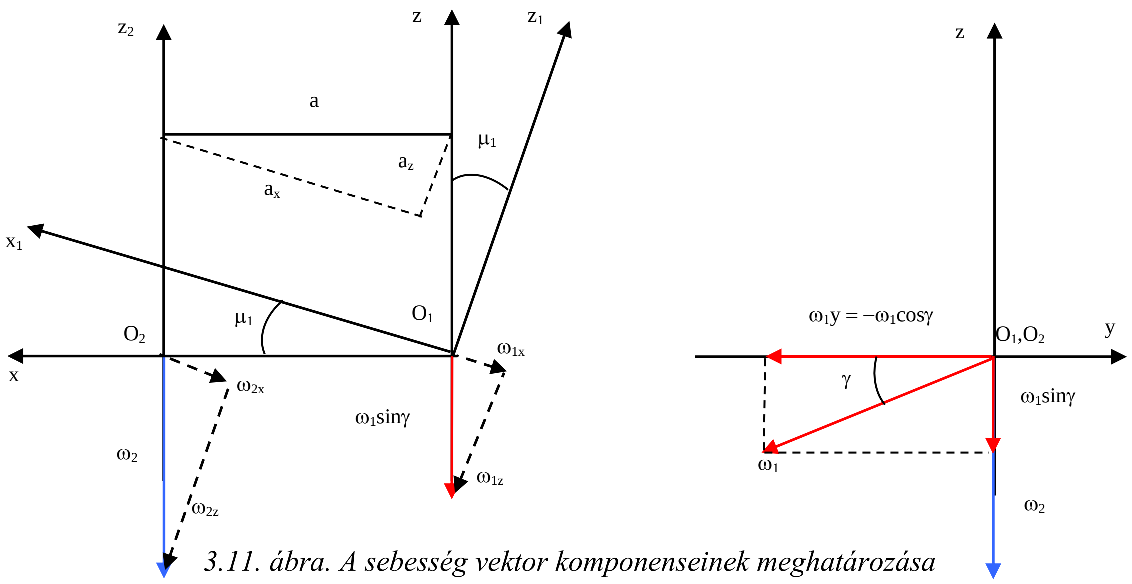
A relatív sebességvektor skaláris komponenseinek meghatározására, meg kell határozni a determinánsokban levő komponenseket. Ehhez a 3.11. ábrát használjuk, amelyen a szögsebességeket felbontjuk a megfelelő koordinátarendszerbe.

A determinánsokban levő komponensek a következők:

$$\begin{cases} \omega_{1x1} = -\omega_1 \cdot \sin\gamma \cdot \sin\mu_1 \\ \omega_{1y1} = -\omega_1 \cdot \cos\gamma \\ \omega_{1z1} = -\omega_1 \cdot \sin\gamma \cdot \cos\mu_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_{x1} = a \cdot \cos\mu_1 \\ a_{y1} = 0 \\ a_{z1} = a \cdot \sin\mu_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_{2x1} = -\omega_2 \cdot \sin\mu_1 \\ \omega_{2y1} = 0 \\ \omega_{2z1} = -\omega_2 \cdot \cos\mu_1 \end{cases} \tag{3.41}$$

Behelyettesítve a (3.41) adatokat a (3.40) determinánsokba, majd kifejtve ezeket megkapjuk a relatív sebességvektor skaláris komponenseit általános esetben:

$$\begin{cases} v_{21x1} = \omega_2 \cdot y_1 \cdot \cos\mu_1 + \omega_1 \cdot z_1 \cdot \cos\gamma - \omega_1 \cdot y_1 \cdot \sin\gamma \cdot \cos\mu_1 \\ v_{21y1} = \omega_2 \cdot z_1 \cdot \sin\mu_1 - \omega_2 \cdot x_1 \cdot \cos\mu_1 - \omega_2 \cdot a - \omega_1 \cdot z_1 \cdot \sin\gamma \cdot \sin\mu_1 + \\ \qquad + \omega_1 \cdot x_1 \cdot \sin\gamma \cdot \cos\mu_1 \\ v_{21z1} = -\omega_2 \cdot y_1 \cdot \sin\mu_1 + \omega_1 \cdot y_1 \cdot \sin\gamma \cdot \sin\mu_1 - \omega_1 \cdot x_1 \cdot \cos\gamma \end{cases} \tag{3.42}$$



3.11. ábra. A sebesség vektor komponenseinek meghatározása

A relatív sebesség iránya nem változik, ha elosztjuk egy konstanssal, így mindhárom komponenst osztjuk ω_2 szögsebességgel és bevezetve a $i_{21} = \dfrac{\omega_1}{\omega_2}$ kifejezést, a következőt kapjuk.

$$\begin{cases} v_{21x1} = y_1 \cdot \cos\mu_1 + i_{21} \cdot z_1 \cdot \cos\gamma - i_{21} \cdot y_1 \cdot \sin\gamma \cdot \cos\mu_1 \\ v_{21y1} = z_1 \cdot \sin\mu_1 - x_1 \cdot \cos\mu_1 - a \cdot \cos 2\mu_1 - i_{21} \cdot z_1 \cdot \sin\gamma \cdot \sin\mu_1 + i_{21} \cdot x_1 \cdot \sin\gamma \cdot \cos\mu_1 \\ v_{21z1} = -y_1 \cdot \sin\mu_1 + i_{21} \cdot y_1 \cdot \sin\gamma \cdot \sin\mu_1 - i_{21} \cdot x_1 \cdot \cos\gamma \end{cases} \tag{3.43}$$

Behelyettesítve a (3.20) egyenlettel meghatározott fogprofil koordinátákat, megkapjuk a relatív sebességvektor skaláris koordinátáit:

$$\begin{cases} v_{21x1} = c_1 \cdot u + d_1 \\ c_1 = \left[(i_{21} \sin\gamma - 1)\sin\gamma \sin\varphi_1 \cos\mu_1 - i_{21} \cos^2\gamma \sin\varphi_1\right]\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + \left[(1 - i_{21}\sin\gamma)\cos\gamma\cos\mu_1 - i_{21}\sin\gamma\cos\gamma\right]\sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_1 = \left[(i_{21} \sin\gamma - 1)\sin\gamma \sin\varphi_1 \cos\mu_1 - i_{21} \cos^2\gamma \sin\varphi_1\right]\cdot\left[a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})\right] + \\ \quad + \left[(1 - i_{21}\sin\gamma)\cos\gamma\cos\mu_1 - i_{21}\sin\gamma\cos\gamma\right] r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ v_{21y1} = c_2 \cdot u + d_2 \\ c_2 = (1 - i_{21}\sin\gamma)(\cos\varphi_1\cos\mu_1 - \cos\gamma\sin\varphi_1\sin\mu_1)\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + (i_{21}\sin\gamma - 1)\sin\gamma\sin\mu_1\sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_2 = (1 - i_{21}\sin\gamma)(\cos\varphi_1\cos\mu_1 - \cos\gamma\sin\varphi_1\sin\mu_1)\cdot\left[a - r_0\sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})\right] + \\ \quad + (i_{21}\sin\gamma - 1)\sin\gamma\sin\mu_1 r_0\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - a\cos 2\mu_1 \\ v_{21z1} = c_3 \cdot u + d_3 \\ c_3 = \left[(1 - i_{21}\sin\gamma)\sin\gamma\sin\varphi_1\sin\mu_1 + i_{21}\cos\gamma\cos\varphi_1\right]\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + (i_{21}\sin\gamma - 1)\cos\gamma\sin\mu_1\sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_3 = \left[(1 - i_{21}\sin\gamma)\sin\gamma\sin\varphi_1\sin\mu_1 + i_{21}\cos\gamma\cos\varphi_1\right]\cdot\left[a - r_0\sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})\right] + \\ \quad + (i_{21}\sin\gamma - 1)\cos\gamma\sin\mu_1 r_0\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \end{cases} \tag{3.44}$$

A relatív sebesség vektor komponensei, ha $\gamma = 0°$, vagyis kitérő merőleges tengelyeknél:

$$\begin{cases} v_{21x1} = c_1 \cdot u + d_1 \\ \quad c_1 = -i_{21} \sin\varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \cos\mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ \quad d_1 = -i_{21} \sin\varphi_1 [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \cos\mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ v_{21y1} = c_2 \cdot u + d_2 \\ \quad c_2 = (\cos\varphi_1 \cos\mu_1 - \sin\varphi_1 \sin\mu_1)\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ \quad d_2 = (\cos\varphi_1 \cos\mu_1 - \sin\varphi_1 \sin\mu_1)\cdot[a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] - a\cos 2\mu_1 \\ v_{21z1} = c_3 \cdot u + d_3 \\ \quad c_3 = i_{21} \cos\varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin\mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ \quad d_3 = [i_{21} \cos\varphi_1]\cdot[a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] - \sin\mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \end{cases} \tag{3.45}$$

Tehát visszatérve a kapcsolási egyenlethez, ez felirható, mint egy másodfokú egyenlet, melyben az alapváltozó az „u" leképező egyenes paramétere.

$$\begin{aligned} n_{x1} \cdot v_{21x1} + n_{y1} \cdot v_{21y1} + n_{z1} \cdot v_{21z1} = (a_1 \cdot u + b_1)\cdot(c_1 \cdot u + d_1) + \\ + (a_2 \cdot u + b_2)\cdot(c_2 \cdot u + d_2) + (a_3 \cdot u + b_3)\cdot(c_3 \cdot u + d_3) = 0 \end{aligned} \tag{3.46}$$

$$Mu^2 + Nu + P = 0 \tag{3.47}$$

$$\begin{cases} M = a_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot c_2 + a_3 \cdot c_3 \\ N = a_1 \cdot d_1 + b_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot d_2 + b_2 \cdot c_2 + a_3 \cdot d_3 + b_3 \cdot c_3 \\ P = b_1 \cdot d_1 + b_2 \cdot d_2 + b_3 \cdot d_3 \end{cases} \tag{3.48}$$

Amint észre lehet venni a (3.46) egyenlet kétparaméteres. Paraméterek a csiga fogfelületét leképező "u" egyenes paramétere és a csiga "φ_1" elfordulási szöge. A $\delta = \varphi_1 - \psi_1$ szabadon megválasztható és a számításokban konstansnak tekinthető, a tengelyek közötti γ szög pedig egy állandó.

Ezeknek a másodfokú egyenleteknek a diszkriminánsa N^2-4MP > 0 tehát két valós gyökük van. Ez azt jelenti, hogy két kapcsolódási pont létezik, hasonlóan a globoid hajtásokhoz. Mivel azonban ebben az esetben belső kapcsolódás van, vagyis konvex-konkáv érintkezés, így jobb burkolást kapunk. A kapcsolási mező számítógépen való ábrázolása megmutatja, hogy a két érintkezési pont hol helyezkedik el.

4. A KAPCSOLÁSI MEZŐ SZIMULÁCIÓJA

4.1. A HORDÓCSIGA SZIMULÁCIÓJA

Az előbbi fejezet a belső csigás hajtások általános matematikai modelljével foglalkozik. Az alábbi fejezet ezeknek az eredményeknek a számítógép szimulációját próbálja bemutatni, levonva a megfelelő következtetéseket is.

Elsőként a hordócsiga szimulációjával foglalkozik, az AutoCAD programot és az AutoLISP és a Visual FoxPRO program nyelveket használva.

A 4.1. ábrán a hordó csiga leképezésének sémája látható, feltüntetve a megfelelő koordinátarendszereket is, a 4.2. ábrán pedig maga a hordó csiga. Ehhez a szimulációhoz a csiga fogprofiljának egyenleteit használtam.

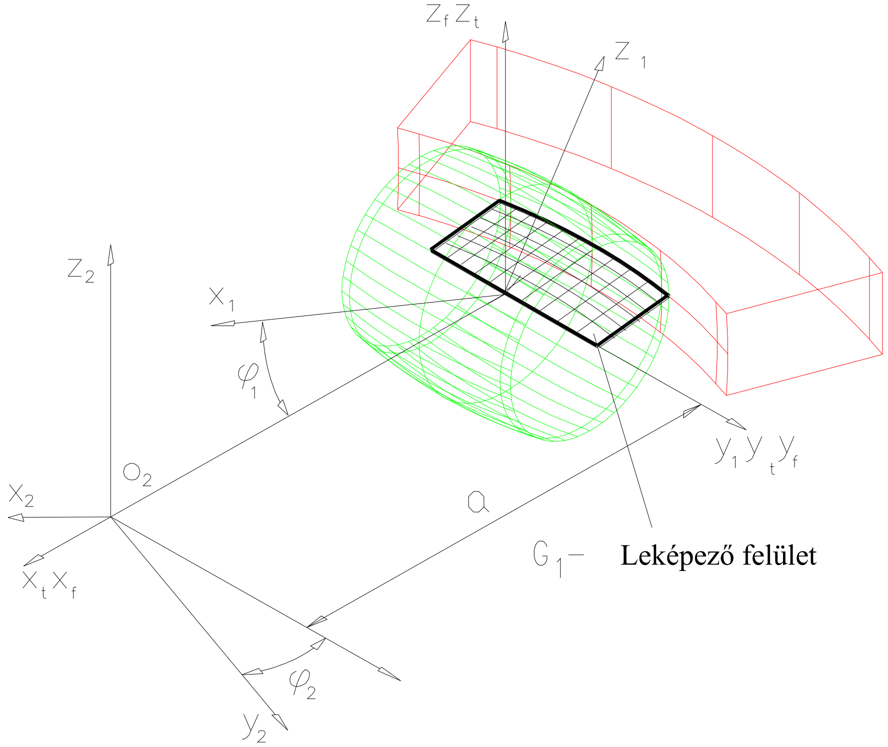
A csiga bal fogfelületének egyenletei:

$$\begin{cases} x_1' = -\cos\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2+\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2+\alpha_{ax})\right] \\ y_1' = -\sin\gamma\sin\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2+\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2+\alpha_{ax})\right] - \\ \quad -\cos\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2+\alpha_{ax}) - u\sin(\varphi_2+\alpha_{ax})\right] \\ z_1' = -\cos\gamma\sin\varphi_1\left[a + r_0\sin(\varphi_2+\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2+\alpha_{ax})\right] + \\ \quad +\sin\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2+\alpha_{ax}) - u\sin(\varphi_2+\alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{4.1}$$

A csiga jobb fogfelületének egyenletei:

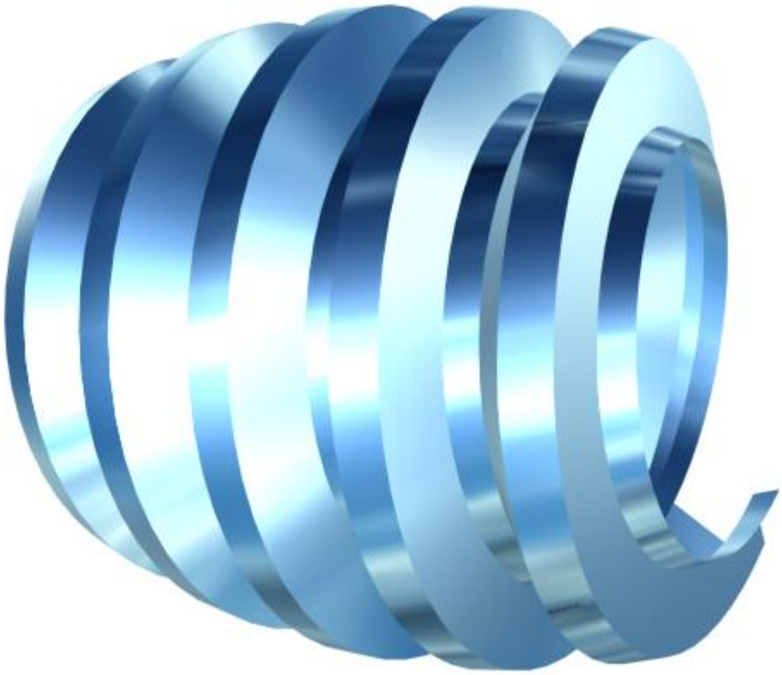
$$\begin{cases} x_1 = -\cos\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] \\ y_1 = -\sin\gamma\sin\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] + \\ \quad +\cos\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2-\alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] \\ z_1 = -\cos\gamma\sin\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] - \\ \quad -\sin\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2-\alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{4.2}$$

A 4.3. ábrán a hordó csiga fogfelületeinek modellje látható.



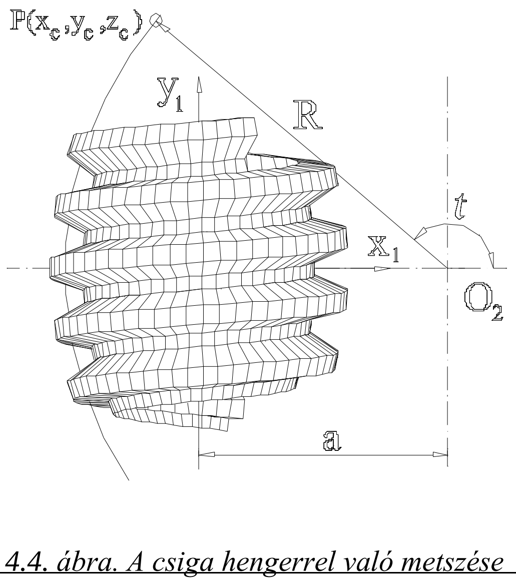
4.1. ábra. A hordócsiga előgyártmányának leképezése [8]

4.2. ábra. A hordócsiga modellje a felület modellezés használásával



4.3. ábra. A hordócsiga fogfelületeinek modellje [8]

4.2. A KAPCSOLÁSI MEZŐ SZIMULÁCIÓJA A HENGEREKKEL VALÓ METSZÉSNÉL. A TENGELYEK ÁLTAL BEZÁRT SZÖG BEFOLYÁSA A METSZÉSI FELÜLETEKRE



4.4. ábra. A csiga hengerrel való metszése

Amint az előbbi fejezetben látható, ezzel a módszerrel meghatározhatjuk a csiga fogfelülete és a csigakereket megtestesítő hengerek közötti metszési görbéket.

Az érintkezési pont $P(x_c, y_c, z_c)$ mindkét felületen rajta van, tehát a henger egyenlete az $x_1O_1y_1$ síkban:

$$(x_1 + a)^2 + y^2 = R^2 \tag{4.3}$$

A (4.3.) összefüggésbe behelyettesítve a jobb fogfelület mozgópont koordinátáit általános esetben, egy „u” és „φ_1” változós másodfokú egyenlethez jutunk:

$$Au^2 + Bu + C = 0 \tag{4.4}$$

melynek együtthatói a következők:

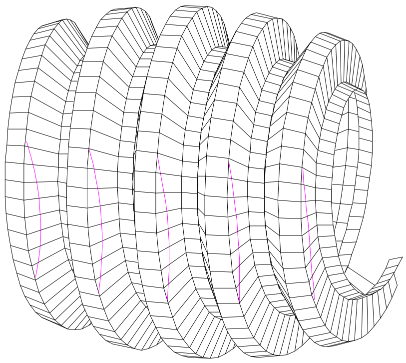
$$\begin{cases} A = \cos^2\varphi_1\cos^2(\varphi_2-\alpha_{ax}) + \\ +\left[\sin\gamma\sin\varphi_1\cos(\varphi_2-\alpha_{ax}) - \cos\gamma\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right]^2 \\ B = 2\left(\cos^2\varphi_1 + \sin^2\gamma\sin^2\varphi_1\right)\cos(\varphi_2-\alpha_{ax})\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] - \\ -2\cos(\varphi_2-\alpha_{ax})\left[a\cos\varphi_1 - r_0\cos^2\gamma\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] - \\ -2\sin\gamma\cos\gamma\sin\varphi_1\left[a\sin(\varphi_2-\alpha_{ax}) + r_0\cos2(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] \\ C = \left\{\cos\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] - a\right\}^2 + r_0^2\cos^2\gamma\cos^2(\varphi_2-\alpha_{ax}) + \\ +\sin^2\gamma\sin^2\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right]^2 - R^2 - \\ -2r_0\sin\gamma\cos\gamma\sin\varphi_1\cos(\varphi_2-\alpha_{ax})\left[a - r_0\sin(\varphi_2-\alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{4.5}$$

Ha a csigakerék elfordulási szöge μ_2 akkor a csigáé $\mu_1 = \mu_2 \cdot i_{21}$. Ha az egész rendszert visszaforgatjuk az $Ox_0y_0z_0$ álló alaprendszerbe, akkor a következő transzformációt kapjuk:

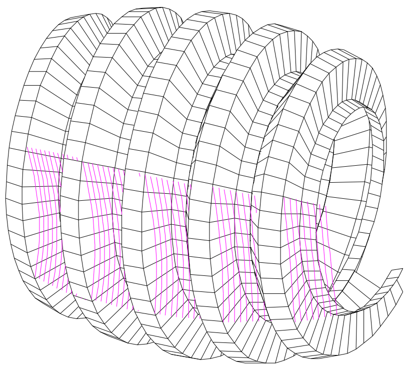
$$\begin{cases} x_0 = (x_1 + a)\cos\mu_2 - y_1\sin\mu_2 - a \\ y_0 = (x_1 + a)\sin\mu_2 + y_1\cos\mu_2 \\ z_0 = z_1 \end{cases} \tag{4.6}$$

A (4.6) összefüggést behelyettesítve a (4.1) a csiga jobb fogfelületének egyenleteibe, megkapjuk a csigafelületet forgómozgás esetén:

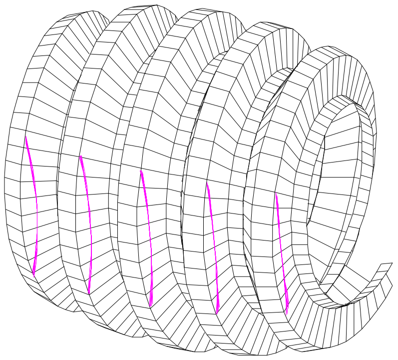
$$\begin{cases} x_1 = -\cos\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})\right] \\ y_1 = -\sin\gamma\sin\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})\right] + \\ \quad + \cos\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})\right] \\ z_1 = -\cos\gamma\sin\varphi_1\left[a - r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax}) + u\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})\right] - \\ \quad - \sin\gamma\left[r_0\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax}) + u\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})\right] \end{cases} \tag{4.7}$$



a)



b)



c)

4.5. ábra. A csiga fogfelülete és az R_2 sugarú henger közötti metszési görbék

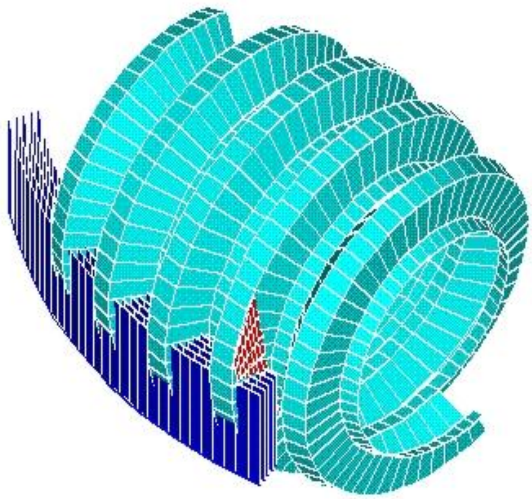
Ha az így kapott egyenleteket visszahelyettesítjük a henger egyenletébe, akkor a következő „u”-ban másodfokú egyenlethez jutunk:

$$\begin{aligned}&u^2\{\cos^2\varphi_1\cos^2(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})+[\sin\gamma\sin\varphi_1\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})-\cos\gamma\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]^2\}+\\&+u\{2(\cos^2\varphi_1+\sin^2\gamma\sin^2\varphi_1)\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})[a-r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]-2\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})[a\cos\varphi_1-\\&-r_0\cos^2\gamma\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]-2\sin\gamma\cos\gamma\sin\varphi_1[a\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})+r_0\cos2(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]\}+\\&+\{\{\cos\varphi_1[a-r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]-a\}^2+r_0^2\cos^2\gamma\cos^2(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})-R^2+\\&+\sin^2\gamma\sin^2\varphi_1[a-r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]^2-2r_0\sin\gamma\cos\gamma\sin\varphi_1\cos(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})[a-r_0\sin(\varphi_2+\mu_2-\alpha_{ax})]\}=0\end{aligned} \tag{4.8}$$

Kezdetben a csigát a kiindulási állapotba vesszük, vagyis $\mu = \mu_0$, majd ezt metsszük az $R = R_2$ sugarú O_2 középpontú hengerrel amely megtestesíti a csigakerék osztóhengerét (4.5.a.ábra). Elforgatjuk a csigát a $\mu = \mu_0 + \Delta\mu$ szöggel, addig amig egy teljes fordulatot tesz. A 4.5.b. ábrán látható az a 12 görbe mely a $\Delta\mu = 30^o$ különböző fordulási szögeknél metszette a csigát.

Az így kapott görbéket elforgatjuk a mindegyiknek megfelelő osztás szöggel, vagyis *(n-1)* $\Delta\mu / i_{21}$ szöggel. Ezen elfordulások következtében a görbék egymásra tolódnak amint a 4.5.c. ábrán látható. Így megkapjuk az érintkezési vonalakat a csigakerék osztóhengerének megfelelő henger és a csiga fogfelülete között.

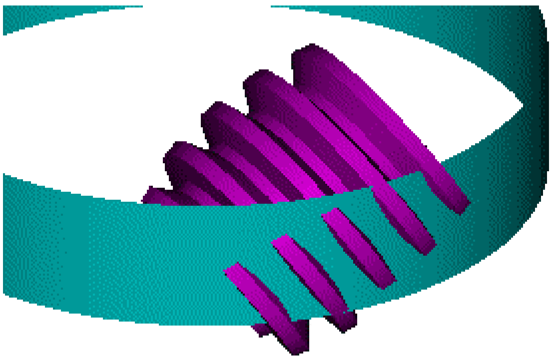
Abban az esetben ha a fogmagasság minden egyes pontjának megfelelő sugarú hengerrel metsszük a csigát, akkor megközelítőleg meghatározhatjuk a csigakerék fogprofilját. Igaz ebben az esetben ideális csigáról beszélhetünk, vagyis a csigamaró előgyártmányával metsszük a csigát, tehát nincs sem oldalhézag, sem pedig fejhézag. Tehát, ha a csigát helyettesítjük a csigamaróval, valamint figyelembe véve, hogy



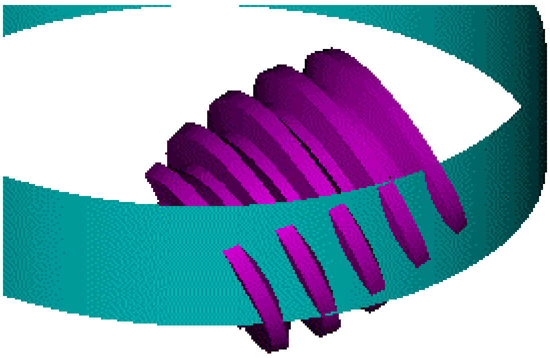
4.6. ábra. A csigakerék fogprofiljának meghatározása a hengerekkel való metszésből

mindegyik görbe érintkezik, tehát „nyomot” hagy a csigakerék fogain, akkor az összes görbe burkoló görbéje meghatározza a csigakerék fogprofilját az adott hengermetszetben (4.6. ábra).

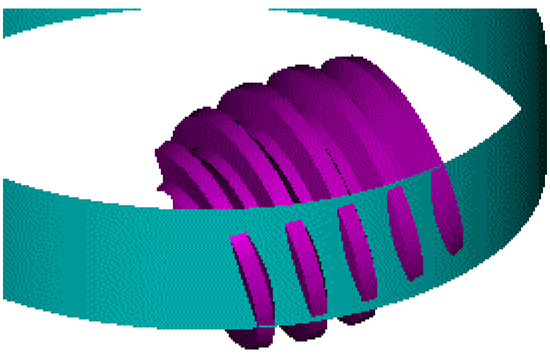
A 4.7. ábrán a tengelyek közötti szög befolyása az érintkezésre látható.



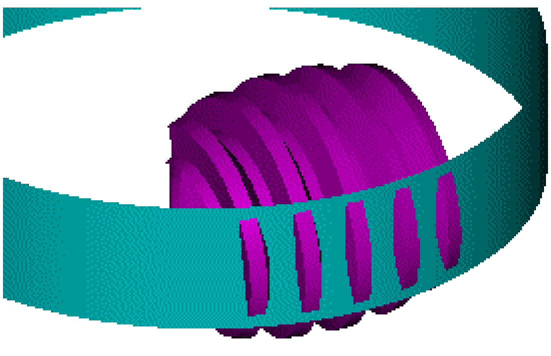
$i_{21} = 40,\ q = 14,\ m = 10,\ \gamma = -30$



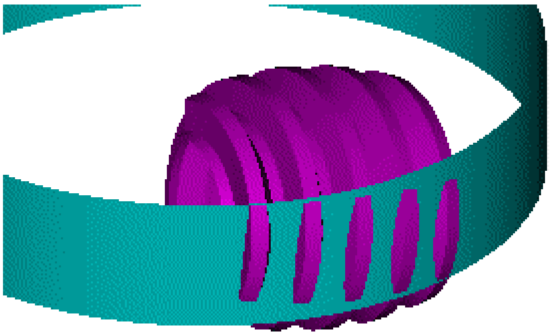
$i_{21} = 40,\ q = 14,\ m = 10,\ \gamma = -20$



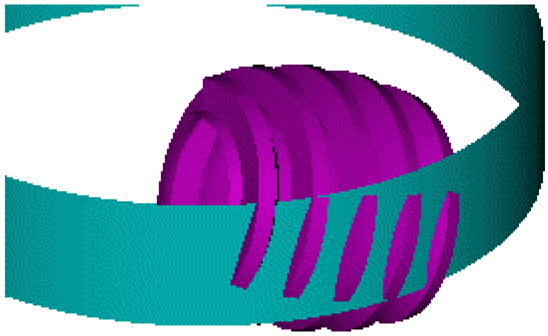
$i_{21} = 40,\ q = 14,\ m = 10,\ \gamma = -10$



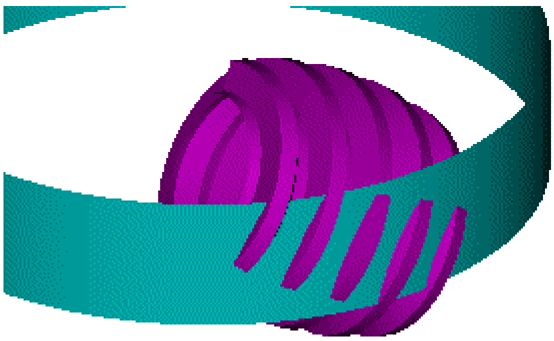
$i_{21} = 40,\ q = 14,\ m = 10,\ \gamma = 0$



i_{21} = 40, q = 14, m = 10, γ = +10



i_{21} = 40, q = 14, m = 10, γ = +20



i_{21} = 40, q = 14, m = 10, γ = - 30

4.7. ábra. A hordó csiga és a henger közötti metszésvonalak γ különböző értékeire

Megállapítható, hogy kitérő nem merőleges tengelyek esetén is elfogadható az érintkezés. Előnyös, ha a γ szöget csak (-20, +20) intervallumban módosítjuk, ezen kívül már nagyon romlik az érintkezés. Ezen eredménnyel csökkenthető a hajtás méret, mert ha a csiga nincs a csigakerék síkjában, akkor a csapágyazása már nem okoz gondot. Tehát, nem merőleges tengelyek esetén a méret csökken és legalább a $\gamma \in$(-10, +10) intervallumban az érintkezés majdnem ugyanolyan jó, mint a kitérő merőleges tengelyek esetén.

5. A HORDÓCSIGÁS HAJTÁSOK ELEMEINEK GYÁRTÁSTECHNOLÓGIÁJA

A hordócsigás hajtások egy hordó alakú csigából és egy belsõfogazatú csigakerékbõl állnak. Mivel a csigakereket, egy, a csiga geometriájához hasonló szerszámmal munkáljuk meg, tehát a hajtás típusát a csiga határozza meg.

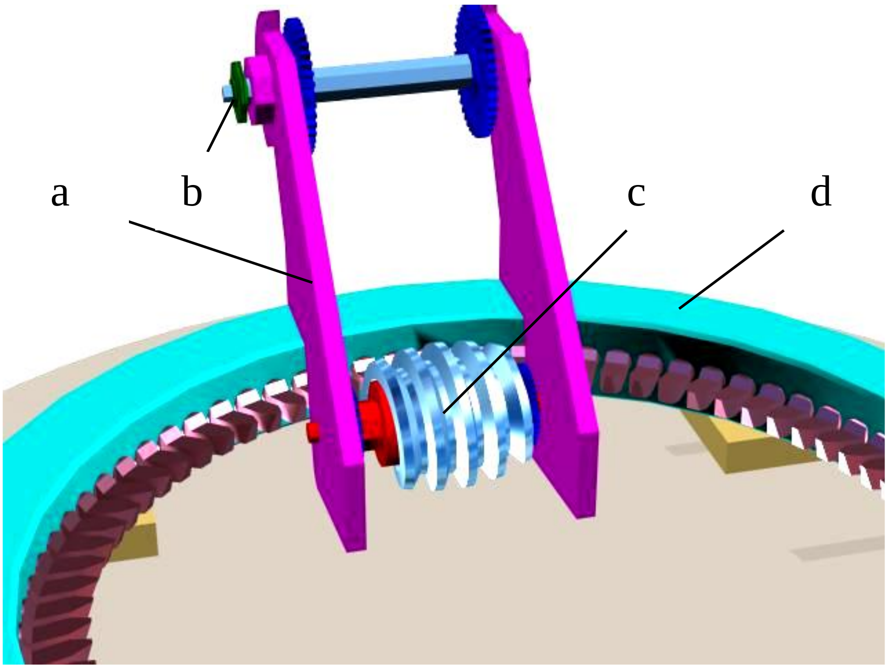
A gyártástechnológia, a hajtás felépítése, a szerelés, a felhasználás a csiga típusától és a hajtás geometriai paramétereitõl függenek. A hajtás kiválasztása, az üzemi lehetõségek pillanatnyi helyzetének függvénye. A hordócsigát különleges készülékek segítségével munkálhatjuk meg. A globoid csigák esetében az egyik leggyakrabban használt megmunkálási módszer a CONE módszer, a hordócsigák esetében egy úgynevezett „inverz CONE” megmunkálási módszer használható [8]. A továbbiakban ezt a megmunkálási módszert bővebben tárgyaljuk más megmunkálási módszerek mellett.

A csigakerekeket fogazó marógépen, a csiga geometriájához hasonló hordó csigamaróval munkáljuk meg. A geometriai különbség a maró fogait és vágószögeit leszámítva csupán a lábhézag illetve az oldalhézag megvalósítása miatt jelentkezik, hogy mûködés közben kialakuljon a kenõfilm, és ezzel elkerüljük a hajtás blokkolását [8].

Az 5.1. ábrán a belsõ csigás hajtás technológiai sémája látható. Ezen a hordócsiga megmunkálása látható, de fordított felállítás esetén a belső fogazatú csigakerék egyik megmunkálási lehetőségévé válik.

A hordócsiga megmunkálásakor a következõ kinematikai lánc szükséges:

- Egy "sok-késes" készülék (5.1.d ábra), mely a marógép munkaasztalára van szerelve és a szerszám szerepét tölti be. Ez a készülék saját tengelye körüli forgómozgást végez és a belsőfogazatú csigakereket testesíti meg.
- A hordócsiga elõgyártmánya (5.1.c ábra), vagyis a munkadarab, mely a marógép főtengelyére (5.1.b. ábra) egy karszerű készülék (5.1.a. ábra) segítségével van felszerelve. A munkadarab a saját tengelye körüli forgómozgáson kivül, egy radiális és egy tangenciális elõtolást is végez. A modul, illetve a fogmagasság függvényében meghatározott fogás szükséges, minden fogás után az elõgyártmány radiális elõtolást végez.



5.1.ábra. A hajtás technológiai sémája
a – karszerű készülék, b – a szerszámkar, c – a csiga munkadarabja,
d – a "sok késes" készülék

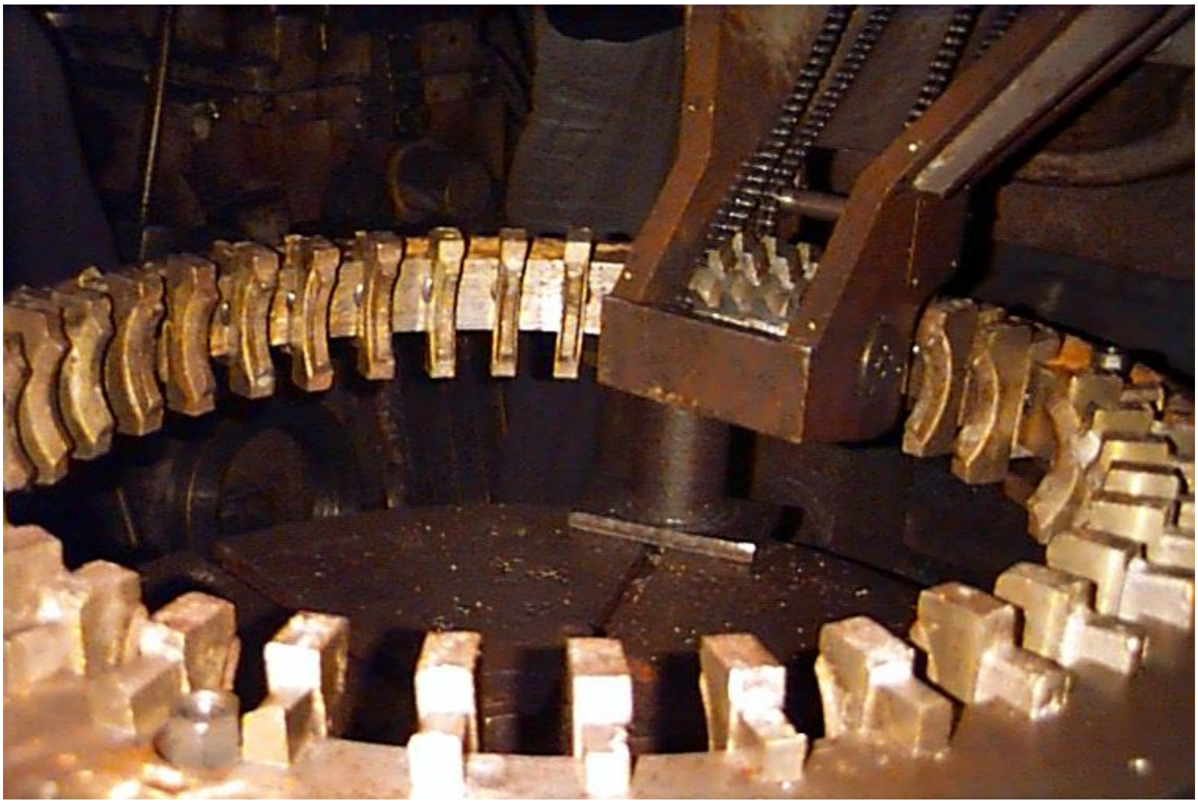
Az 5.2. ábrán a hordócsiga megmunkálása látható.

5.2. ábra. A hordócsiga megmunkálása

A belsőfogazatú csigakerék megmunkálásakor az 5.1. ábrán látható technológiai séma a következőképpen alakul:

- A „sok-késes” készülék (5.1.d. ábra) helyére a csigakerék munkadarabja kerül. Ez csak a saját tengelye körüli forgómozgást végzi.
- A hordócsiga munkadarabja helyére (5.1.c. ábra) a hordócsiga-marót szereljük, az említett „ kar-szerű” készülék (5.1.a. ábra) segítségével. Ez a csiga megmunkálásánál leírt mozgásokat végzi.

Az 5.3. ábrán a belsőfogazatú csigakerék megmunkálása látható.



5.3. ábra A belsőfogazatú csigakerék megmunkálása

5.1. A HORDÓCSIGA GYÁRTÁSTECHNOLÓGIÁJA

A csigák anyagául cementált vagy nemesített acélt használnak. A cementált acélok használatának nagy hátránya, hogy hőkezelés után még szükségeltetne egy finom megmunkálást, melyet nehezen vagy egyáltalán nem lehet megvalósítani. Ezért előnyösebb nemesített acélt használni a csiga anyagának, mivel ez nem igényel semmi féle megmunkálást a hőkezelés után.

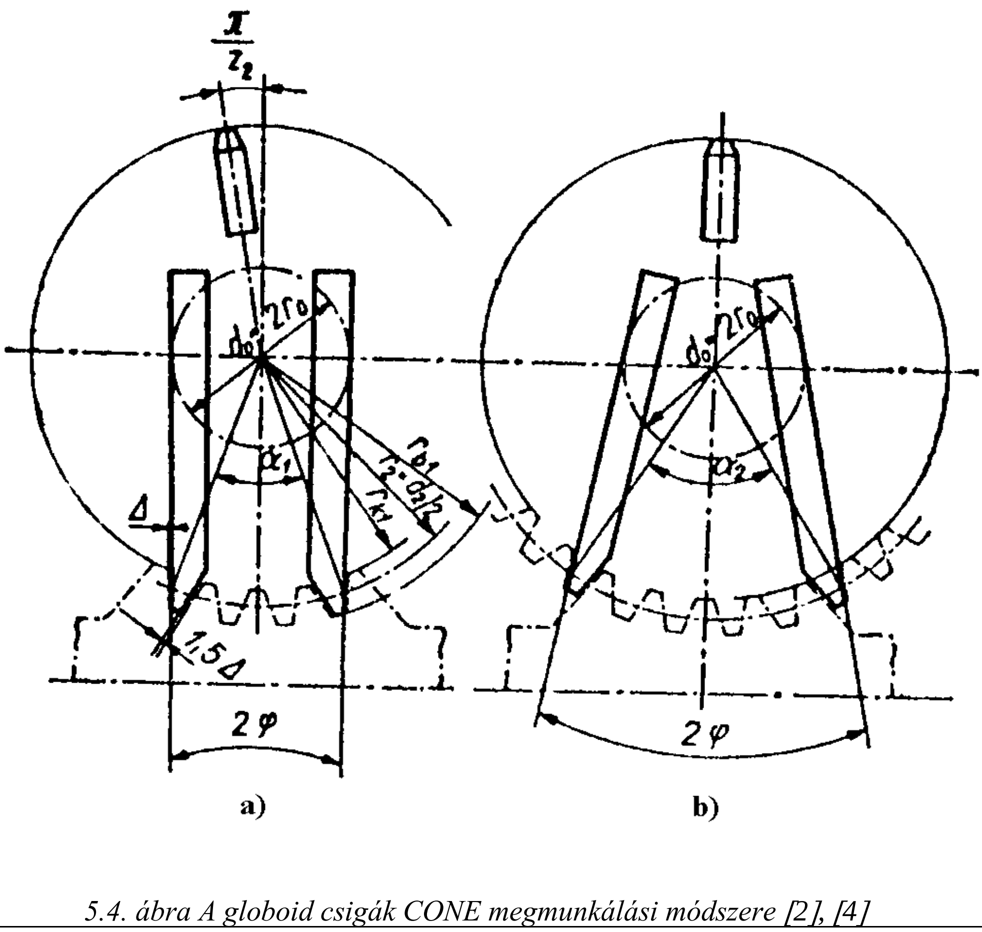
A hordócsiga előgyártmánya egy konvex forgásfelület. A gyártásnál az első felmerülő kérdés ennek a forgásfelületnek az előállítása. Több megoldás is létezik. Ha az előgyártmány meleghengerléssel készül, akkor különleges készülékek nélkül másolóeszterga, vagy számításvezérlésű szerszámgépen elkészíthető a forgásfelület.

Más megoldás, ha a hordó alakú munkadarabot matricában, kovácsolással gyártjuk le. Ebben az esetben egyenesen előállítható a konvex forgástest, csökken az esztergálási idő, anyagtakarékosabb és termelékenyebb a módszer, viszont gondok adódhatnak a további megmunkálásnál az előgyártmány pontossága és anyagminősége miatt.

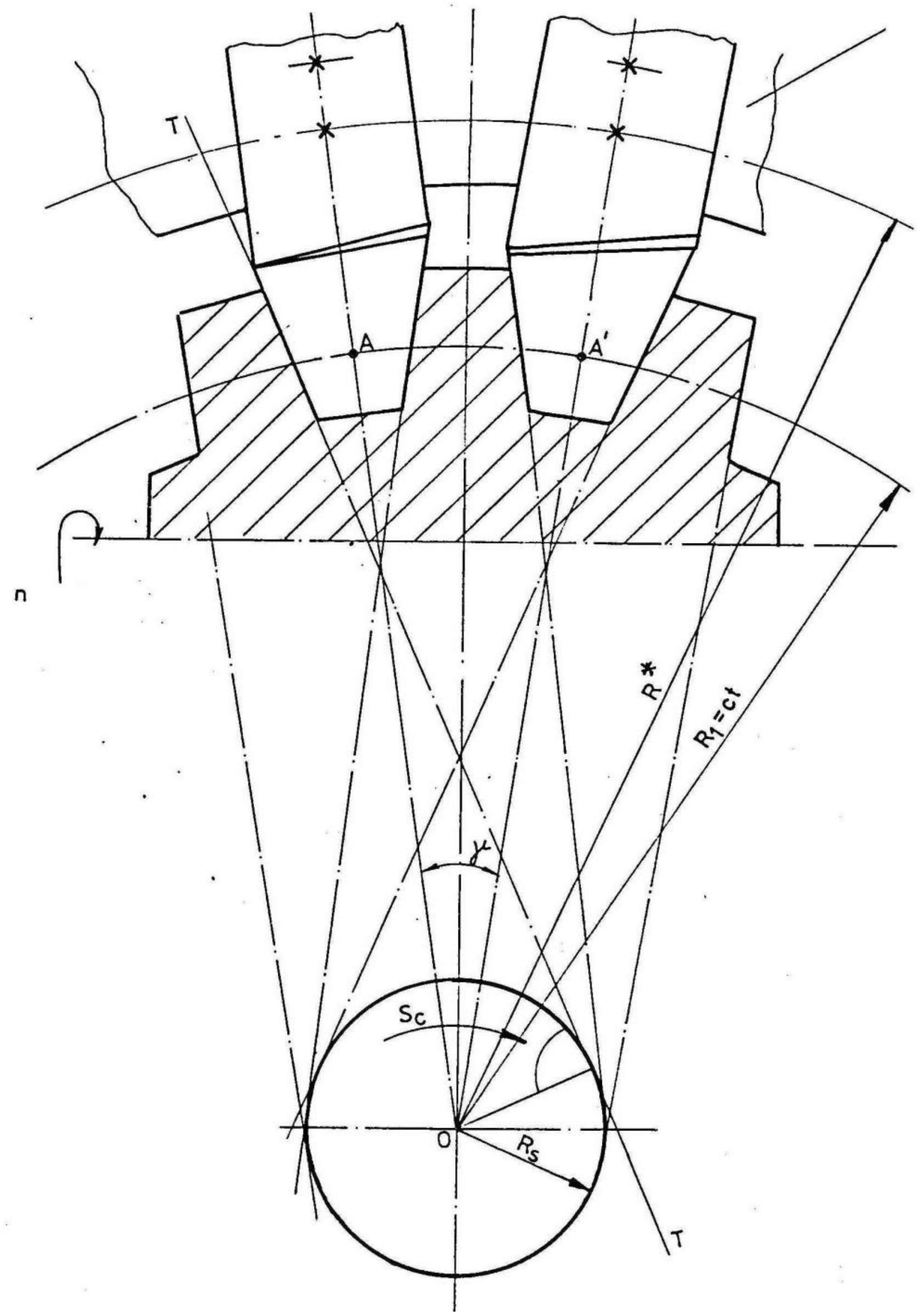
Figyelembe véve a egyenesvonalú csigák leképezési előnyeit, eddig mind a hordócsigánál, mind pedig a hordócsiga-marónál ezt használtuk. Elvileg bármilyen görbe leképezheti a csigaprofilt, viszont a nem egyenes élű szerszámot nehéz legyártani és vizsgálni, ezért ez csak a jövőbeli kutatásaink közé tartozik.

Ha azonkivül, hogy a csigát egyenes élű szerszámmal generáljuk, a külső konvex felület leképező görbéje körív, akkor egy „konvex globoid", vagy „inverz globoid" csigáról beszélhetünk.

Ha figyelembe vesszük, hogy a globoid csigák egyik klasszikus megmunkálási lehetősége a CONE módszer, akkor a hordócsiga megmunkálására használhatjuk az „inverz CONE" módszert.



5.4. ábra A globoid csigák CONE megmunkálási módszere [2], [4]



5.5. ábra. A konvex globoid csiga megmunkálása (Inverz Cone módszer)

A CONE tipusú globoid hajtás esetén – vagyis tengelymetszetben egyenes profilú globoid csiga – a csigát egy, a csiga tengelysíkjában, állandó szögsebességgel forgó kés éle képezi le. A megmunkálás fogazómarógépen, három lépésben történik. Az esztergakés egy készülékbe van téve, oly módon, hogy a vágóéle a csiga tengelymetszetében helyezkedjen el. Az első lépés egy nagyolási megmunkálás, amikor a kés radiális előtolást végez addig amíg eléri a megadott tengelytávot (5.4.a. ábra). A következő két lépés a finommegmunkálás, ami két késsel történik (5.4.b. ábra).

Az „inverz CONE” módszer technológiai sémája az 5.5. ábrán látható. Ahhoz, hogy ezzel a módszerrel legyárthassuk a hordócsigát, szükséges a két különleges készülék, amelyeket a következő alfejezetben mutatok be.

Ebben az esetben a fogazást két részre oszthatjuk: egy nagyolásra és egy finommegmunkálásra.

Nagyoláskor a „sok-késes” készülék összes „fogát” felhasználjuk, mivel így sokkal termelékenyebb a megmunkálás és mivel úgyis következik egy finommegmunkálás, nem szükséges a túl nagy pontosság.

A finommegmunkálásnál két eset lehetséges:

- Egy kést használunk, mely a csiga mindkét profilját megmunkálja
- Két nagy pontossággal beállított kést használunk, melyek mindegyike egy-egy fogprofilt megmunkál.

A finommegmunkálásnál nem használható a „sok-késes” készülék összes kése, mivel nem lehet olyan pontossággal beállítani ezeket, hogy a megfelelő megmunkálási pontosságot biztosítsák.

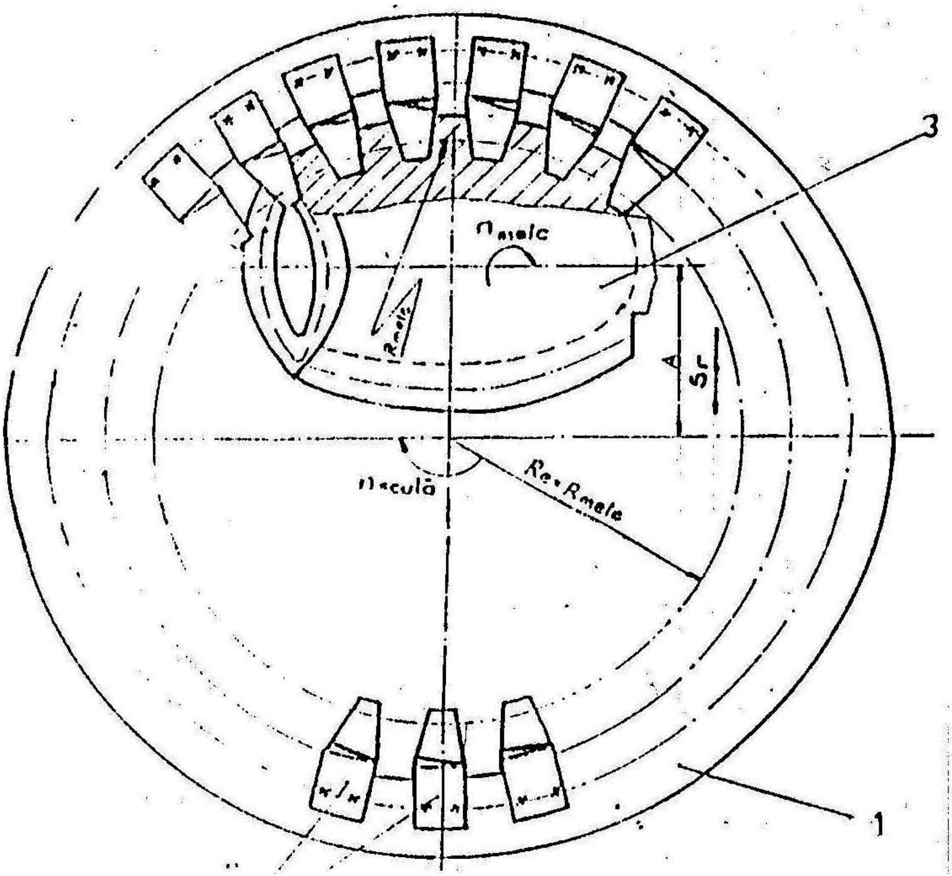
5.2. KÜLÖNLEGES KÉSZÜLÉKEK

Ebben az alfejezetben bemutatom azokat a szükséges különleges készülékeket a belső csigás hajtások elemeinek lefejtéses megmunkálásához. Ezek a készülékek szükségesek, mert más módszerrel nem lehet befogni illetve megmunkálni az elemek előgyártmányait. A 5.6. ábrán a megmunkálási módszer, az 5.7. ábrán a „karszerű”, az 5.8. ábrán pedig a „sok-késes” készülék látható.

A hordócsiga előgyártmányát az 5.7. ábrán látható készülékbe szereljük. A készülék egy hajtás (lánchajtás, fogaskeréksor, szíjáttétel) segítségével átveszi a mozgást a szerszámgép főtengelyéről és továbbítja az előgyártmány tartótüskéjéhez.

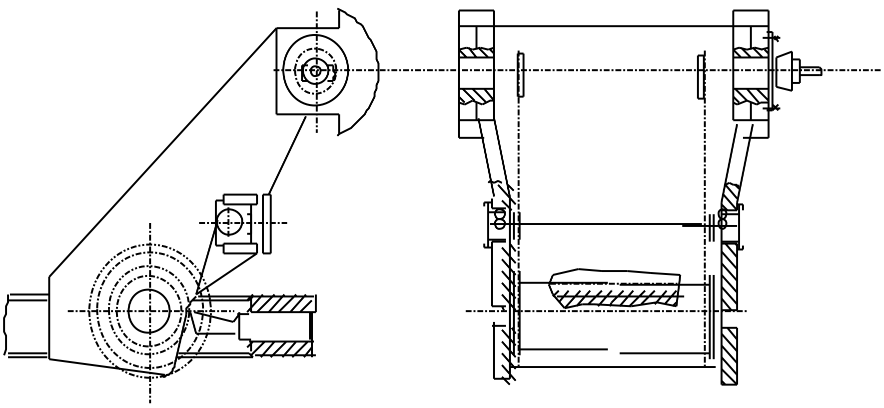
A készüléket a szerszámgép maróórsója helyére szereljük, az 5.8. ábrán látható készüléket mely a szerszám szerepét tölti be, pedig a munkaasztalra. Ez a „sok-késes” készülék tulajdonképpen a belső fogazatú csigakereket testesíti meg.

A legyártott „karszerű” készüléknél a meghajtást lánchajtással oldottuk meg. A lánchajtás előnye a hajtás elemeinek szimmetrikus terhelése, valamint az alacsony ára. Hátránya, hogy a belépő hibatényezők csak a nagyolási megmunkálásnak felelnek meg. A finommegmunkáláskor előnyösebb fogaskeréksort használni a meghajtáshoz, mivel ezek sokkal pontosabbak, így az elérhező csigapontosság is növekedik.

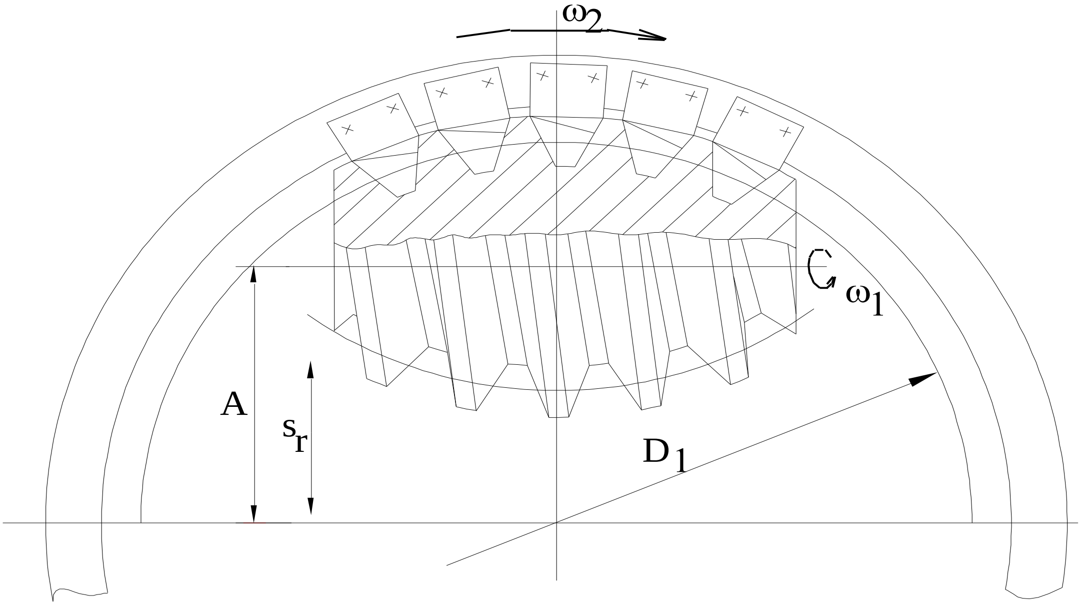


5.6. ábra. A hordócsiga megmunkálása [4]

A fogaskeréksor hátránya, hogy jóval drágább, ugyanakkor gondot okoz a kenési lehetősége, mivel csak nyílt hajtás lehetséges, a készülék súlyának csökkentése érdekében. Az új kutatások, a műszaki műanyagok bevezetése és használatának előnyei esetleg megoldhatják a kenési kérdéseket, viszont tovább drágítják a készüléket.



5.7. ábra. A hordócsiga előgyártmányát befogó „karszerű" készülék



5.8. ábra. A "sok-késes" készülék mely a csigakereket testesíti meg [4]

Megmunkálás közben a „karszerű" készülékbe szerelt hordó csiga előgyártmánya egy forgómozgást (kapcsolódás a szerszámmal) valamint egy radiális és / vagy tangenciális előtolást végez, a szerszám (a „sok-késes" készülék) pedig egy forgómozgást. Ezen mozgások zárt kinematikai láncot alkot.

A belsőfogazatú csigakereket ugyanezeknek a készülékeknek a felhasználásával gyárthatjuk le. Ebben az esetben a „karszerű" készülékbe a hordócsiga marót szereljük, a munkaasztalra pedig a csigakerék előgyártmányát.

Mindkét készüléknek megvan viszont egy nagy hátránya, azaz csak egy modult lehet velük legyártani és minden más modulnál más 40 kést kell használni. A másik hátrány pedig, hogy az elérhető tengelytáv is csak nagyon kis határok között mozoghat.

Ezen hátrányok kiküszöbölésére jelenleg olyan megoldásokat keresünk, melyeknél a hordócsiga esztergán legyen megmunkálható. Ebben az esetben is szükséges különleges készülék használata, viszont megoldható, hogy bármilyen modulra és tengelytávra megfelelő csigát lehessen gyártani. Igaz ebben az esetben csak egy késsel dolgozhatunk, ezzel csökken a megmunkálás termelékenysége.

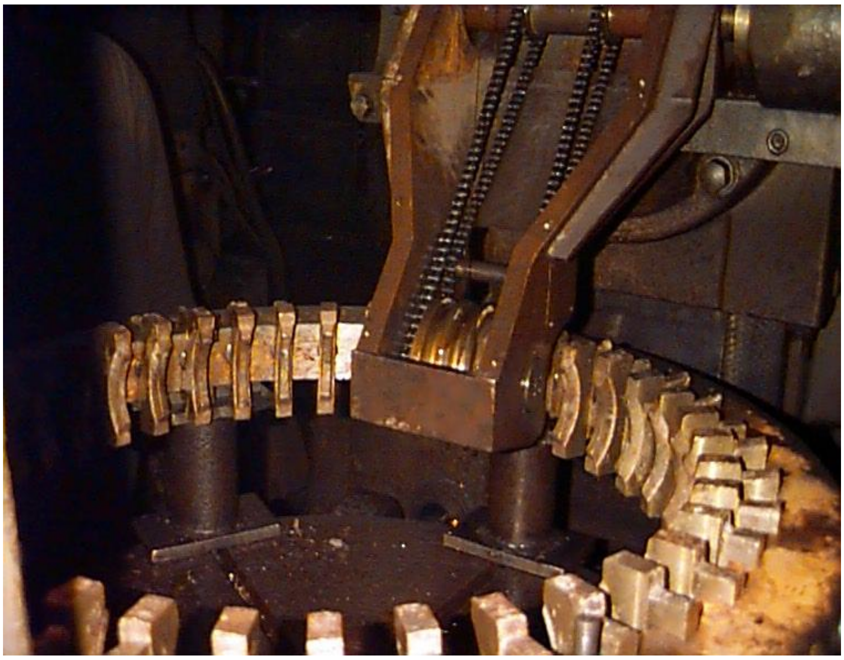
5.3. A BELSŐFOGAZATÚ CSIGAKERÉK MEGMUNKÁLÁSA

A csigakereket a belső csigás hajtásoknál is hasonlóan a többi csigahajtáshoz, a technológiai csigával munkáljuk meg. A beső fogazatú csigakereket, egy a hordócsiga geometriájától csak a láb- és oldalhézagban különböző hordócsigamaróval munkáljuk meg (5. 3. ábra). A belső fogazatú csigakereket ugyanazon a szerszámgépen, vagyis egy Donini tipusú fogazómarógépen munkáljuk meg, azzal a különbséggel, hogy most a „sok-késes” készülék helyére a csigakerék előgyártmánya kerül, a „karszerű” készülékbe pedig a hordócsigamarót szereltük.a hordócsiga-maró egy forgómozgást és tangenciális előtolást, a csigakerék előgyártmánya pedig forgómozgást végez.

A csigakerék nagy méretei miatt – főleg kitérő merőleges tengelyek esetén – ennek anyagaként a bronz használata nem előnyös, ezért a legmegfelelőbb megoldás, ha a kerék teste öntvény és csak a fogak készülnek bronzból.

Ha a „sok-késes” készülék késeinek helyébe egy-egy öntött bronz „fogat” szerelünk, akkor a hordócsiga-maróval megmunkálhatjuk és eljuthatunk a csigakerékhez.

Az 5.9. ábrán a hordócsiga – belső fogazatú csigakerék hajtás látható.



5.9. ábra Hordócsiga – belső fogazatú csigakerék

6. KÖVETKEZTETÉSEK.

A hordócsigás hajtások speciális csigahajtások, melyek elemei egy hordó alakú csiga és egy belső fogazatú csigakerék. A kutatások először a belső fogazatok megmunkálására használható hordócsigamaró megvalósítására irányultak, de a felmerülő geometriai és kinematikai problémák miatt egyelőre félbe maradtak.

A csigahajtásoknál, mivel a csigakereket egy a csiga geometriájától csak a láb és az oldalhézagban különböző szerszámmal munkáljuk meg, így az előzőknél felmerült nehézségek nem jelentenek megoldhatatlan akadályt.

A jegyzet általánosan bemutatja a hordócsigás hajtásokat, beleértve a különböző konstrukciós megoldásokat, a hajtás általános matematikai modellezését, a kapcsolási felületeket és a kapcsolási mező változását a csiga és a csigakerék tengelye közötti szög változásának függvényében a nem korrigált csiga esetén. Ugyanakkor foglalkozik a csigahajtás elemeinek gyártástechnológiájával, a megmunkáláshoz szükséges különleges készülékekkel, a csigakereket megmunkáló hordócsiga-maró gyártásának lehetőségeivel.

Mivel a belső csigás hajtások új és különleges csigahajtások, először be kellett helyezni a csigahajtások közé, ezért szükségessé vált egy új osztályozási rendszer felépítése.

Ami a konstrukciós megoldásokat illeti, itt kiemelhető, hogy a belső csigás hajtások esetében a hordócsiga és a belső fogazatú csigakerék tengelyei közötti szög változhat 0° és 90° között. Abban az esetben, ha a tengelyek közötti szög 0° akkor párhuzamos tengelyű hajtásról beszélhetünk, amikor semmi gondot nem okoz sem a matematikai modellezés sem pedig a csiga csapágyazása. Ez a hajtás hasonlít az elikoid hajtásra, csak a két nagy menetemelkedésű hengeres fogaskereket egy csiga és egy csigakerék helyettesíti, így nagyobb áttétel mellett nagyobb nyomatékok továbbíthatók.

Úgymond, a klasszikus eset, vagyis amiből a kutatások kiindultak, a kitérő merőleges tengelyű hajtás. Kimutatható, ebben az esetben a legjobbak a kapcsolódási feltételek. Ez a hajtás nevezhető egy konvex globoidhajtásnak is, nemcsak a felépítése, hanem a kapcsolódási viszonyai valamint a megmunkálási módszere miatt is. Ezen hajtás nagy hátránya, hogy csak nagyon nagy csigakerekek esetén valósítható meg, mivel más esetben a csiga csapágyazása gondot okozhat.

Itt jutunk el a jegyzet egyik alapvető kiindulási pontjához: hogyan lehetséges csökkenteni a hajtás méreteit úgy, hogy ne változzanak túlságosan a kapcsolási viszonyok?

Bemutatom, hogy abban az esetben, ha a tengelyek kitérő nem – merőlegesek, akkor is az érintkezés megvalósítható, sőt a (-20, +20) intervallumban nem is változnak túlságosan a kitérő merőleges tengelyekhez viszonyítva. Igaz, abban az esetben ha a tengelyek nem kitérő merőlegesek, akkor a hajtás méretei csökkenthetők, az ellipszoid csiga csapágyazása már nem okoz gondot, viszont úgy a matematikai modellezés mint a gyártással felmerülő kérdések is nagyon bonyolultak.

Ezen kívül foglalkoztam a hordócsigának a csigakerék osztóhengerét megtestesítő hengerrel való metszésével. Abban az esetben ha ezeknek a hengereknek a sugarai a csiga lábkörsugarától a fejkörsugaráig változnak, megközelítéssel meghatározható a belső fogazatú csigakerék. Az eredmény ellenőrizhető a kapcsolódási egyenletből kapott csigakerékkel is. Ugyanakkor bemutatom a tengelyek közötti szög befolyását a kapcsolási felületek változására.

FELHASZNÁLT SZAKIRODALOM

1. Kojevnikov, S.N., Esipenco, IA.I., Raskin, M., 1976 - ***Mechanizmîi,*** **Spravocinoe pasobie, Moskva, Masinostroenie.**
2. Litvin,F.L.**,** 1989 - ***Theory of Gearing,*** **U.S. Government Printing Office, Washington D.C.**
3. Pay, E., 1986 - ***Reductor melcat cu melc interior*****, (Belsőcsigás csigahajtómű) Brevet de invenţie nr. 90521, Bucureşti, România.**
4. Pay, E., Vijdeliuc, M., Sziklai, V., 1987 - ***Freză pentru prelucrarea melcului butoi*****. (Belsőcsigás hajtás elemeit megmunkáló csigamaró), Brevet de invenţie nr. 103382, Bucureşti, România.**
5. Pay, E., Páy, G., Cioban, H., Ravai Nagy, S., 2003 - ***Special Internal Worm Gears*****, In: Journal of Manufacturing Engineering, Technical University of Kosice with a seat in Presov, II. Year, No. 2-3/2003, pp. 36-43.**
6. Páy, G., 1992 - ***Studiul, proiectarea şi tehnologia de execuţie a melcului butoi pentru angrenaje melcate interioare*****, (A belsõ csigás hajtásoknál használt hordócsiga tanulmányozása, tervezése és gyártástechnológiája), Proiect de Diplomã, (Államvizsga dolgozat), UT Cluj Napoca.**
7. Páy, G., Năsui, V., 2000 - ***Internal Worm Gearing Elements Processing By Classical Machine-Tools*****, Conferinţa Internaţională de Maşini Unelte, ICMaS 2000, Bucureşti, Vol.40, pp. 101 –106.**
8. Páy, G., 2001 - ***Belsőcsigás hajtások*****. Doktori disszertáció. Miskolci Egyetem**
9. Páy, G., Pay, E., 2009 - ***Kutatások a belsőcsigás hajtásokról*****, , LX. Évfolyam, 12/2009, pp. 25-29.**
10. Ueno, T., Terashima, K., Sakamoto, M. - ***Studies on the Internal Gear Hobs - Hobs Working Like the Broach and Their Cutting Test*****. Bulletin of the JSME, vol. 18., No.115/1975, pp.73-80.**