

Feladatgyűjtemény I.
a Fizika Alapozó tantárgyhoz
mérnökhallgatók számára

Dr. Varga Klára

SZÉCHENYI 



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tartalomjegyzék

I. Alapmennyiségek	5
II. Mértékegységek átszámításai.....	9
2.1. Alapmennyiségek mértékegységeinek átszámításai	9
2.2. Származtatott mennyiségek mértékegységeinek átszámítása.....	14
III. Vektormennyiségek rövid jellemzése	20
3.1. Két, egyirányú vektor összeadása rajzban	20
3.2. Két nem közös kezdőpontú, szöget bezáró vektorok összeadása rajzban	21
3.3. Két közös kezdőpontú, szöget bezáró vektor összeadása rajzban	21
3.4. Három vagy több nem közös kezdőpontú, szöget bezáró vektorok összeadása	22
3.5. Két vektor kivonása rajzban	23
3.6. Egyszerű számítások vektormennyiségekkel.....	23
IV. Mechanika feladatok	26
4.1. Kinematikai feladatok	26
4.2. Dinamikai és statikai feladatok	41
4.3. Munka, teljesítmény, energiák, munkatétel	52
V. Hőtani feladatok	58
5.1. Gázállapot I.....	58

Előszó

A Feladatgyűjtemény I. célja

Ez a Feladatgyűjtemény a Nyíregyházi Egyetem Műszaki és Agrártudományi Intézet gépészmérnök, mezőgazdasági gépészmérnök, közlekedésmérnök és hivatásos repülőgép-vezetői szakon tanuló hallgatók számára készült. A feladatgyűjtemény az F4 kurzus, Fizika alapozó című tantárgy eredményes teljesítését segíti elő.

A Feladatgyűjtemény megtalálható lesz az intézeti honlapon, illetve elektronikus úton lesz terjesztve a hallgatókhoz.

Bővítésre kerül ez a Feladatgyűjtemény. A II. részben szerepel majd a Hőtan folytatása, Elektromosságtani feladatok, valamint Optika fejezet.

A Feladatgyűjtemény I. felépítése

A Feladatgyűjtemény I. mellőzi az elméleti tananyagot, mivel a hallgatók tanulnak Mérnöki fizikát heti négy órában, két óra előadás és két óra gyakorlat formájában. Így az elméleti anyag feldolgozása ott megtörténik. Ebben a munkában azok az ismeretek szerepelnek, amelyekre a hallgatók építeni tudnak elsősorban mechanikai és hőtani tanulmányaik alkalmával. Természetesen a tudományterületeket nem választhatjuk el szigorúan egymástól, hiszen azok együttesen szerepelnek a mérnöki feladatok teljesítése közben.

A Feladatgyűjtemény I. több fejezetből áll.

Mivel általános tapasztalat, hogy a prefixumok, a mennyiségek átváltása sok esetben nehézséget okoznak a hallgatóknak, ezért az első két fejezet ezeket az ismereteket tartalmazza. Részletes összefoglalásban, illetve gyakorlásként több feladatban szerepelnek ezek az ismeretek, úgymint: SI mértérendszer, a benne szereplő mennyiségek és átváltásuk. Megismerkedhetnek olyan mennyiségekkel is a hallgatók, amelyeket régebben használtak vagy más országokban még alkalmaznak most is.

Szerepel ebben a részben az idő, a hosszúság, a hőmérséklet, stb. mértékegységei, átváltásuk.

A fizikában fontos szerepe van a vektoroknak, így a teljesség igénye nélkül megtalálható a III. fejezetben a velük való műveletek egy részének összefoglalása, alkalmazási lehetőségei. Itt is segíti az olvasó munkáját a néhány kidolgozott feladat.

A továbbiakban - nagyobb terjedelemben – a mechanikában megtalálható témakörök szerepelnek. Így pl. a kinematika, a dinamika és a statika. Mint említettem, ezen témakörök első részében több, részletesen kidolgozott feladattal találkozik az olvasó. Fontosnak tekintem a feladatmegoldás menetének a betartását, illetve a mértékegységek használatát a feladatok megoldásában. Ezért mutattam be nagyon részletesen több feladat megoldását mindegyik témában. A témakörökben megjelenített feladatok kapcsolódnak a több tantárgyban előkerülő ismerethez, így nagy segítség lehet ez a hallgatók számára.

Még ebben a fejezetben találkozik az olvasó a Munka, teljesítmény, energiák, munkatétel témakörökkel. Itt is vannak segítő (kidolgozott) feladatok, melyek útmutatást adnak az önállóan megoldásra váró feladatok kidolgozásához.

Természetesen vannak feladatok amelyek többféle gondolatmenettel is megoldhatók, olykor-olykor utalás történik erre is.

Jelenleg utolsó fejezet a Hőtan egy része, melyben a gáztörvényekkel, a hőtan I. főtételeivel megoldható feladatok lettek összegyűjtve. Ezek a feladatok alapját képezhetik a későbbiekben előforduló hasonló jellegű feladatok megoldását.

A Feladatgyűjteményben összesen 219 db. megoldandó feladat szerepel. Ezek megoldása nagyban segíthet az alapok elsajátításában, illetve a magasabb szintű feladatok megoldásában.

Szerző

I. Alapmennyiségek

1.1. Alapmennyiségek: önmagukban alkalmazott mennyiségek

1. táblázat **SI** (*Système International d'Unités*) **mértérendszer** alapmennyiségei

Az alapmennyiség		Az alapmértékegység	
neve	jele	neve	jele
Hosszúság	l, h, s	méter	m
Tömeg	m	kilogramm	kg
Idő	t	másodperc (secundum)	s (sec)
Elektromos áramerősség	I	amper	A
Termodinamikai hőmérséklet	T	kelvin (Celsius fok)	K °C
Fényerősség	I	kandela	cd
Anyagmennyiség	n	mól	mol
Síkszög	$\alpha, \beta, \dots$	radián	rad
Térszög	$\Omega, \omega, \dots$	szteradián	sr

2. táblázat **1.2. Prefixumok** (SI – előtétszavak)

Előtétszó	Jele	Szorzó
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hekto	h	10^2
deka	da	10^1
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

1.3. Leszármaztatott mennyiségek: azok a mennyiségek, amelyek az alapmennyiségekből
valamilyen matematikai művelettel, műveletekkel állíthatók elő. A legtöbb esetben a mértékegységek előállítására a mennyiségek kiszámításából adódik.

Pl. A szilárd testek nyomásának kiszámítása: $p = \frac{F}{A}$, a mértékegység: $1 \frac{N}{m^2}$, ami az erő és a felület mértékegységének a hányadosa. De helyette az 1 Pa-t használjuk. Ezekből a leszármaztatott mennyiségekből látunk néhány példát a következő táblázatban.

3. táblázat Önálló nevű leszármaztatott SI-egységek

Mennyiség	Egység		
	neve	jele	a szokásos egységekkel
frekvencia	hertz	Hz	$\frac{1}{s}$
erő	newton	N	$kg \frac{m}{s^2}$
nyomás	pascal	Pa	$\frac{N}{m^2}$
munka, energia, hőmennyiség	joule	J	$N \cdot m$
teljesítmény	watt	W	$\frac{J}{s}$
elektromos töltés	coulomb	C	$A \cdot s$
elektromos feszültség	volt	V	$\frac{W}{A}$
kapacitás	farad	F	$\frac{A \cdot s}{V}$
elektromos ellenállás	ohm	Ω	$\frac{V}{A}$
elektromos vezetés	siemens	S	$\frac{A}{V}$
mágneses fluxus	weber	Wb	$V \cdot s$
induktivitás	henry	H	$\frac{V \cdot s}{A}$
mágneses indukció	tesla	T	$\frac{Wb}{m^2}$
fényáram	lumen	lm	$cd \cdot sr$
megvilágítás	lux	lx	$\frac{lm}{m^2}$
aktivitás	becquerel	Bq	$\frac{1}{s}$
elnyelt sugárdózis	gray	Gy	$\frac{J}{kg}$

A még ma is használatos mértékegységek:

Az SI- mértérendszer Magyarországon 1979. január 1-e óta kötelező használni. Azonban vannak olyan mértékegységek ezen mértérendszeren kívül, amelyek még a mai napig is használatosak. De előfordul, hogy csak érdekességképpen kerülnek elő némely mértékegységek. Ezek és a váltószámaik találhatók az alábbi táblázatban.

SI- mértérendszeren kívüli mértékegységek

4. táblázat

Korlátozás nélkül használható mértékegységek

Név	Mértékegység
ívfok	$1^\circ = \frac{\pi}{180} = 0.01745 \text{ rad}$
ívperc	$1' = \frac{\pi}{10800} \text{ rad} = 2.908 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
ívmásodperc	$1'' = \frac{\pi}{648000} \text{ rad} = 4.847 \cdot 10^{-8} \text{ rad}$
liter	1 liter = 1 dm ³
tonna	1 t = 1000 kg = 1 Mg
perc	1 min = 60 s
óra	1 h = 3600 s
nap	1 nap = 86400 s
$\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
wattóra	1 W·h = 3600 J
celsius fok	1 °C = (1 + 273) K
mérföld	1 mérföld = 1.61 km

5. táblázat

Csak a szakterületeken használható mértékegységek

Név	Mértékegység
fényév	1 fényév = $9.4605 \cdot 10^{15} \text{ m}$
parsec	1 parsec = $3.2617 \text{ fényév} = 3.0857 \cdot 10^{16} \text{ m}$
dyn	1 dyn = 10^{-5} N
bar	1 bar = 10^5 Pa
erg	1 erg = 10^{-7} J
elektronvolt	1 eV = $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
franklin	$1 \text{ Fr} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} \text{ C}$
gauss	1 G = 10^{-4} T
maxwell	1 M = 10^{-8} Wb

oersted	$1 \text{ Oe} = \frac{10^3}{4\pi} \frac{\text{A}}{\text{m}}$
decibel	$1 \text{ dB} = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0}$

Vannak olyan mértékegységek, amelyek már nem használhatók, de még ismertek. Ezek közül néhány található a következő táblázatban.

6. táblázat

Nem használható mértékegységek

Név	Mértékegység
ångström	$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$
karát	$1 \text{ karát} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$
kilopond	$1 \text{ kp} = 9.81 \text{ N}$
torr	$1 \text{ torr} = 1 \text{ Hgmm} = 133.322 \text{ Pa}$
$\frac{\text{kp}}{\text{m}^2}$	$1 \frac{\text{kp}}{\text{m}^2} = 9.81 \text{ Pa}$
technikai atmoszféra	$1 \text{ at} = 1 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} = 98066.5 \text{ Pa}$
fizikai atmoszféra	$\text{atm} = 760 \text{ torr} = 101325 \text{ Pa}$
kalória	$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$
méterkilopond	$1 \text{ mkp} = 9.81 \text{ J}$
lóerő	$1 \text{ lóerő} = 735.5 \text{ W}$
curie	$1 \text{ C} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$
rad	$1 \text{ rd} = 10^{-2} \text{ Gy}$
röntgen	$1 \text{ R} = 2.58 \cdot 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$

II. Mértékegységek átszámításai

2.1. Alapmennyiségek mértékegységeinek átszámításai

2.1.1. Hosszúság

A hosszúság jele: l, s, h, mértékegysége az SI- mértékrendszerben a méter (m). Ehhez képest vannak nagyobb és kisebb mértékegységek.

7. táblázat *A következő hosszúság egységek használatosak a leggyakrabban*

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
kilométer	km	$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$	$1 \text{ m} = 10^{-3} \text{ km}$
deciméter	dm	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 10^1 \text{ dm}$	$1 \text{ dm} = 0.1 \text{ m} = 10^{-1} \text{ m}$
centiméter	cm	$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 10^2 \text{ cm}$	$1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$
milliméter	mm	$1 \text{ m} = 1000 \text{ mm} = 10^3 \text{ mm}$	$1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m} = 10^{-3} \text{ m}$
mikrométer	μm	$1 \text{ m} = 1000000 \mu\text{m} = 10^6 \mu\text{m}$	$1 \mu\text{m} = 0.000001 \text{ m} = 10^{-6} \text{ m}$
nanométer	nm	$1 \text{ m} = 1000000000 \text{ nm} = 10^9 \text{ nm}$	$1 \text{ nm} = 0.000000001 \text{ m} = 10^{-9} \text{ m}$

1. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	s (km)	s (m)	s (dm)	s (cm)	s (mm)
1.			62300		
2.	3.2				
3.		54			
4.					$5 \cdot 10^7$
5.				500	
6.	12.8				
7.		0.4			
8.					23000
9.			98		
10.				79600	
11.	0.045				

2. Fejezze ki méterben az alábbi mennyiségeket!

Mennyiségek	m	Mennyiségek	m
430 cm		145871 cm	
890 mm		946023 mm	
24 km		65982 dm	
1325 mm		387 km	
0.87 km		5914 cm	

3. Végezze el az alábbi átszámításokat!

$10^3 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ cm},$
 $10^{-5} \text{ km} = \dots\dots\dots \text{ dm},$
 $8921 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ km},$
 $347 \text{ cm} = \dots\dots\dots \text{ mm},$
 $6752 \text{ dm} = \dots\dots\dots \mu\text{m},$

$345 \mu\text{m} = \dots\dots\dots \text{ m}$
 $1678 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ nm}$
 $3 \cdot 10^7 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ km}$
 $5.4 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \dots\dots\dots \mu\text{m}$
 $13.7 \text{ km} = \dots\dots\dots \text{ m}$

4. Egy autópálya hossza 4.8 km. A versenyzőknek hatszor kell azt a távolságot teljesíteniük. Hány méter van még hátra az egyes autóknak az alábbi távolságok megtétele után?

- a. 23.5 km, b. 256728 dm, c. $1.85 \cdot 10^7 \text{ mm},$
 d. 28790 m, e. $4.78 \cdot 10^5 \text{ cm},$ f. 28800 m

2.1.2. Tömeg

A tömeg jele: m, mértékegysége az SI - mértékrendszerben a kilogramm (kg). Ehhez képest vannak nagyobb és kisebb mértékegységek.

8. táblázat

A következő tömeg egységek használatosak a leggyakrabban

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
tonna	t	$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 10^3 \text{ kg}$	$1 \text{ kg} = 10^{-3} \text{ t}$
mázsa	q	$1 \text{ q} = 100 \text{ kg} = 10^2 \text{ kg}$	$1 \text{ kg} = 0.01 \text{ q} = 10^{-2} \text{ q}$
dekagramm	dkg	$1 \text{ kg} = 100 \text{ dkg} = 10^2 \text{ dkg}$	$1 \text{ dkg} = 0.01 \text{ kg} = 10^{-2} \text{ kg}$
gramm	g	$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} = 10^3 \text{ g}$	$1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg} = 10^{-3} \text{ kg}$
milligramm	mg	$1 \text{ kg} = 1000000 \text{ mg} = 10^6 \text{ mg}$	$1 \text{ mg} = 0.000001 \text{ kg} = 10^{-6} \text{ kg}$
mikrogramm	μg	$1 \text{ kg} = 1000000000 \mu\text{g} = 10^9 \mu\text{g}$	$1 \mu\text{g} = 0.000000001 \text{ kg} = 10^{-9} \text{ kg}$

1. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	m (t)	m (q)	m (kg)	m (dkg)	m (g)	m (mg)
1.			62300			
2.	3.2					
3.		54				
4.					$5 \cdot 10^7$	
5.				500		
6.	12.8					
7.		0.4				
8.						230005
9.			98			
10.				79600		

2. Fejezze ki a megadott mértékegységekben az alábbi mennyiségeket!

- $56 \text{ kg} = \dots\dots\dots \text{g} = \dots\dots\dots \text{dkg} = \dots\dots\dots \text{q} = \dots\dots\dots \text{t}$
- $13.6 \text{ q} = \dots\dots\dots \text{kg} = \dots\dots\dots \text{t} = \dots\dots\dots \text{dkg}$
- $82 \text{ dkg} = \dots\dots\dots \text{mg} = \dots\dots\dots \text{kg} = \dots\dots\dots \text{t}$
- $12.4 \text{ t} = \dots\dots\dots \text{q} = \dots\dots\dots \text{kg} = \dots\dots\dots \text{dkg}$
- $13671 \text{ } \mu\text{g} = \dots\dots\dots \text{g} = \dots\dots\dots \text{q}$

3. Melyik testnek nagyobb a tehetetlensége?

„A” test	„B” test
10^6 g	10^4 kg
673 mg	6.73 dkg
5.29 t	5290 kg
8462 q	84.62 t
$6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$	$3 \cdot 10^7 \text{ } \mu\text{g}$
0.305 t	3050 dkg

2.1.3. Idő

Az idő jele: t, mértékegysége az SI - mértérendszerben a másodperc (secundum; s). Ehhez képest vannak nagyobb és kisebb mértékegységek.

9. táblázat A következő idő egységek használatosak a leggyakrabban

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
év	year	$1 \text{ év} = 365 \text{ nap} = 8760 \text{ óra}$	$1 \text{ nap} = 2.74 \cdot 10^{-3} \text{ év}$
hónap	month	$1 \text{ év} = 12 \text{ hónap}$	$1 \text{ hónap} = 8.33 \cdot 10^{-2} \text{ év}$
hét		$1 \text{ hét} = 7 \text{ nap} = 168 \text{ óra}$	$1 \text{ óra} = 0.14 \text{ hét} = 5.95 \cdot 10^{-3} \text{ nap}$
nap	day	$1 \text{ nap} = 24 \text{ óra} = 86400 \text{ s}$	$1 \text{ óra} = 4.17 \cdot 10^{-2} \text{ nap}$
óra	h	$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$	$1 \text{ s} = 2.78 \cdot 10^{-4} \text{ h}$
perc	min	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$	$1 \text{ s} = 1.67 \cdot 10^{-2} \text{ min}$

1. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	t(nap)	t (h)	t (min)	t (s)	t (hét)	t (hónap)
1.			62300			
2.	3.2					
3.		54				
4.					$5 \cdot 10^7$	
5.				500		

6.	12.8					
7.		0.4				
8.						230005
9.			98			
10.				79600		
11.	0.045					

2. Gyakorolja a mennyiségek átváltását!

- 0.15 nap = h = min
- 43876 s = h = nap
- 65789 min = nap = s
- 1.6 év = hónap = h
- 0.25 h = min = s

3. Egy autóbuszjárat menetideje 28 min. Minden forduló után 12 perc pihenőt tart a gépkocsivezető. Mikor fejezi be a munkát, ha 12 fordulót kell teljesítenie és az első kocsit 5 óra 30 perckor indítják? (Feltételezzük, hogy a menetidőkben nincs csúszás.)

4. A felsorolt állítások közül a rosszat tegye igazgá!

- 1.3 óra hosszabb, mint 80 perc.
- 270 perc egyenlő 4.2 órával.
- 5600 másodperc több mint 1.5 óra.
- 3.6 óra több mint 12000 másodperc.
- 15 perc egyenlő 900 másodperccel.
- 223.5 nap több mint $1.93 \cdot 10^6$ másodperc.

2.1.4. Hőmérséklet

A hőmérséklet jele: T, mértékegysége az SI - mértékrendszerben a Kelvin (K). Hazánkban a használt mértékegység a Celsius fok (°C).

Kapcsolat a két mértékegység között:

$$0^{\circ}\text{C} = 273\text{ K} \qquad 100^{\circ}\text{C} = 373\text{ K}$$

A következő mértékegységeket használják még egyes országokban:

Reaumur fok (°R)	$0^{\circ}\text{C} = 0^{\circ}\text{R}$	$100^{\circ}\text{C} = 80^{\circ}\text{R}$
Fahrenheit fok (°F)	$0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$	$100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$

10. táblázat A Celsius-skálán mért hőmérsékletek kifejezése más hőmérsékleti skálán

Hőmérsékleti skála		Átszámítás
Celsius (°C)	Kelvin	$(T + 273) \text{ K}$
Celsius (°C)	Reaumur	$(0.8 \cdot T) ^\circ \text{R}$
Celsius (°C)	Fahrenheit	$(1.8 \cdot T + 32) ^\circ \text{F}$

11. táblázat A más hőmérsékleti skálán kifejezett hőmérséklet átszámítása Celsius fokra

Hőmérsékleti skála		Átszámítás
Kelvin	Celsius (°C)	$T (\text{K}) - 273$
Reaumur	Celsius (°C)	$T (^\circ \text{R}) : 0.8$
Fahrenheit	Celsius (°C)	$\frac{T (^\circ \text{F}) - 32}{1.8}$

1. Töltse ki a táblázatot!

°C	K	°R	°F
32			
	256		
		56	
			132.8

2. Számítsa át Kelvinbe a Celsius fokban megadott hőmérsékleteket!

- a. $-10 ^\circ \text{C} = \dots\dots\dots \text{K}$, $12 ^\circ \text{C} = \dots\dots\dots \text{K}$
 b. $23 ^\circ \text{C} = \dots\dots\dots \text{K}$ $1243 ^\circ \text{C} = \dots\dots\dots \text{K}$
 c. $-48 ^\circ \text{C} = \dots\dots\dots \text{K}$ $87 ^\circ \text{C} = \dots\dots\dots \text{K}$

3. Számítsa át Celsius fokba a Kelvinben megadott hőmérsékleteket!

- a. $326 \text{ K} = \dots\dots\dots ^\circ \text{C}$ $187 \text{ K} = \dots\dots\dots ^\circ \text{C}$
 b. $97 \text{ K} = \dots\dots\dots ^\circ \text{C}$ $405 \text{ K} = \dots\dots\dots ^\circ \text{C}$
 c. $26 \text{ K} = \dots\dots\dots ^\circ \text{C}$ $0 \text{ K} = \dots\dots\dots ^\circ \text{C}$

2.2.Származtatott mennyiségek mértékegységeinek átszámításai

2.2.1.Terület, felület

A terület, felület jele: A, mértékegysége az SI - mértékrendszerben a négyzetméter (m^2).

12. táblázat Használatosak még az alábbi terület mértékegységek is

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
négyzetkilométer	km^2	$1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$	$1 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ km}^2$
hektár	ha	$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$	$1 \text{ a} = 10^{-2} \text{ ha}$
ár	a	$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$	$1 \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ a}$
négyzetdeciméter	dm^2	$1 \text{ m}^2 = 10^2 \text{ dm}^2$	$1 \text{ dm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$
négyzetcentiméter	cm^2	$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2$	$1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$
négyzetmilliméter	mm^2	$1 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ mm}^2$	$1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$
magyar hold	mh	$1 \text{ mh} = 4316 \text{ m}^2$	$1 \text{ m}^2 = 2.32 \cdot 10^{-4} \text{ mh}$
kataszteri hold	kh	$1 \text{ kh} = 5754.62 \text{ m}^2$	$1 \text{ m}^2 = 1.74 \cdot 10^{-4} \text{ kh}$
négyszögöl	□-öl	$1 \text{ négyszögöl} = 3.596 \text{ m}^2$	$1 \text{ m}^2 = 0.278 \text{ négyszögöl}$

1. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	A (cm^2)	A (dm^2)	A (m^2)	A (mm^2)
1.		3467		
2.	2018			
3.			$5 \cdot 10^2$	
4.		0.87		
5.	61453			
6.				957123

2. Végezze el a megfelelő mértékegység átváltásokat!

$$\begin{array}{ll}
 95 \text{ mm}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2, & 2400 \text{ mm}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2 \\
 1230 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2, & 35400 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2 \\
 45 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2, & 1659 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2 \\
 45.6 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{mm}^2, & 48.75 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ha}
 \end{array}$$

3. Egy négyzet alakú földdarab oldalának hossza 64.2 m. Hány négyszögöl a területe?

4. Egy földterület oldalainak hossza 1328 méter és 432 méter. Hány hektáros a terület?

2.2.2.Térfogat

A térfogat jele: V, mértékegysége az SI - mértékrendszerben a köbméter (m^3).

13. táblázat *Használatosak még az alábbi térfogat mértékegységek is*

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
köbkilométer	km^3	$1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3$	$1 \text{ m}^3 = 10^{-9} \text{ km}^3$
köbdeciméter	dm^3	$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3$	$1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
köbcentiméter	cm^3	$1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$	$1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$
köbmilliméter	mm^3	$1 \text{ m}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$	$1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$

Tiszta víz esetén: 1 dm^3 víz tömege 1 kg
 1 cm^3 víz tömege 1 g
 1 liter víz tömege 1 kg

1 liter víz térfogata 1 dm^3
 1 ml víz térfogata 1 cm^3
 1 ml víz tömege 1 g

1. Végezze el a mennyiségek átváltását!

$5.2 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{m}^3$,
 $5648 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{m}^3$,
 $4.52 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{mm}^3$,
 $3.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{dm}^3$,

$560 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{m}^3$
 $8.503 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{cm}^3$
 $5 \cdot 10^4 \text{ mm}^3 = \dots\dots\dots \text{m}^3$
 $675 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{cm}^3$

2. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	V (cm^3)	V (dm^3)	V (m^3)	V (mm^3)
1.		3		
2.	246			
3.			$5 \cdot 10^2$	
4.		0.27		
5.	79245			
6.				257123

3. Végezze el a mennyiségek átváltását!

Sorszám	hl	l	ml	mm^3
1.		34.67		
2.				
3.	$3 \cdot 10^{-2}$			
4.		0.87		
5.			6149453	
6.				$3 \cdot 10^8$

2.2.3. Sűrűség

A sűrűség jele: ρ (ró), mértékegysége az SI - mértékrendszerben a $\frac{\text{kilogramm}}{\text{köbméter}} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$.

14. táblázat Használatosak még az alábbi sűrűség mértékegységek is

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
$\frac{\text{gramm}}{\text{köbcentiméter}}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
$\frac{\text{kilogramm}}{\text{köbdeciméter}}$	$\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	$1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

1. Végezze el a mennyiségek átváltását!

$$\begin{aligned} \rho_{\text{parafa}} &= 230 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \\ \rho_{\text{papír}} &= 0.93 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \rho_{\text{kréta}} &= 1.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \\ \rho_{\text{jég}} &= 0.9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \rho_{\text{víz}} &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \rho_{\text{higany}} &= 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \end{aligned}$$

2. Javítsa ki a rossz mértékváltásokat!

$$\begin{aligned} 0.08 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} &= 800 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, & 760 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} &= 760 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, & 2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &= 2.5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, \\ 9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &= 9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, & 4.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} &= 4300 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, & 7.8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} &= 780 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

2.2.4. Nyomás

A nyomás jele: p, mértékegysége az SI - mértékrendszerben a pascal (Pa).

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Használatos még mértékegységként a bar.

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

1. Írja be a táblázatba a hiányzó mennyiségeket!

Sorszám	p (MPa)	p (kPa)	p (Pa)	p (bar)
1.		3		
2.	2.46			
3.			$5.6 \cdot 10^2$	
4.		0.274		
5.	7			
6.				0.0032

2. Végezze el a mértékegység átváltásokat!

$$1.3 \cdot 10^6 \text{ Pa} = \dots\dots\dots \text{ kPa},$$

$$2.5 \text{ bar} = \dots\dots\dots \text{ MPa},$$

$$47 \text{ kPa} = \dots\dots\dots \text{ Pa},$$

$$36 \text{ MPa} = \dots\dots\dots \text{ kPa},$$

$$72 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = \dots\dots\dots \text{ kPa},$$

$$4.79 \text{ kPa} = \dots\dots\dots \text{ bar}$$

3. Hány Pa a nyomás az egyes esetekben?

$$7920 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = \dots\dots\dots \text{ Pa},$$

$$4.3 \text{ kPa} = \dots\dots\dots \text{ Pa},$$

$$5.28 \cdot 10^{-2} \text{ MPa} = \dots\dots\dots \text{ Pa},$$

$$13 \frac{\text{N}}{\text{dm}^2} = \dots\dots\dots \text{ Pa}$$

2.2.5. Sebesség

A sebesség jele: v, mértékegysége az SI - mértékrendszerben a $\frac{\text{méter}}{\text{másodperc}} (\frac{\text{m}}{\text{s}})$.

15. táblázat Használatosak még az alábbi sebesség mértékegységek

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
$\frac{\text{kilométer}}{\text{óra}}$	$\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\frac{\text{centiméter}}{\text{másodperc}}$	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 100 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$	$1 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

1. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	$v \left(\frac{km}{h} \right)$	$v \left(\frac{m}{s} \right)$	$v \left(\frac{cm}{s} \right)$
1.			5200
2.	54		
3.	1224		
4.		0.17	
5.	$1.08 \cdot 10^2$		
6.			720

2. Javítsa ki a helytelen állításokat!

$$12 \frac{m}{s} = 120 \frac{km}{h},$$

$$72 \frac{km}{h} = 25.92 \frac{m}{s},$$

$$45 \frac{km}{h} = 12.5 \frac{cm}{s},$$

$$5400 \frac{cm}{s} = 150 \frac{km}{h},$$

$$20 \frac{m}{s} = 2 \cdot 10^2 \frac{cm}{s},$$

$$64.8 \frac{km}{h} = 18 \frac{m}{s}$$

3. Hány $\frac{m}{s}$ a sebesség az egyes esetekben?

$$1053 \frac{cm}{s} = \dots\dots\dots \frac{m}{s},$$

$$360000 \frac{km}{s} = \dots\dots\dots \frac{m}{s},$$

$$72 \frac{km}{h} = \dots\dots\dots \frac{m}{s},$$

$$46.8 \frac{km}{h} = \dots\dots\dots \frac{m}{s}$$

2.2.6. Munka, energia, hőmennyiség

A munka jele: W, az energia jele: E, a hőmennyiség jele: Q. Mértékegységük az SI-mértékrendszerben a joule (J).

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

16. táblázat

Használatosak még a következő munka mértékegységek

Mértékegység	Jele	Átváltásuk	
wattsecundum	Ws	$1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$	$3600 \text{ Ws} = 1 \text{ Wh}$
wattóra	Wh	$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J}$	$1 \text{ kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$
kalória	cal	$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$	$1 \text{ J} = 0.24 \text{ cal}$
kilokalória	kcal	$1 \text{ kcal} = 4187 \text{ J}$	$1 \text{ kWh} = 860 \text{ kcal}$

1. Végezze el a mértékegység átváltásokat!

$$5.2 \text{ J} = \dots\dots\dots \text{Ws} = \dots\dots\dots \text{cal} = \dots\dots\dots \text{kcal}$$

$$8 \text{ Wh} = \dots\dots\dots \text{kWh} = \dots\dots\dots \text{Ws} = \dots\dots\dots \text{J}$$

$$0.56 \text{ kWh} = \dots\dots\dots \text{ Wh} = \dots\dots\dots \text{ J} = \dots\dots\dots \text{ Ws}$$

2. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	E (J)	E (Wh)	E (Ws)	E (kWh)	E (cal)	E (kcal)
1.			120			
2.	3.2					
3.		54				
4.					$5 \cdot 10^3$	
5.				500		
6.	12.8					
7.		0.4				
8.						23500
9.			98			
10.				7.96		
11.	0.045					

3. Hány J-lal egyenlők a megadott energia értékek?

$$3 \text{ kWh} = \dots\dots\dots \text{ J}, \quad 505 \text{ Ws} = \dots\dots\dots \text{ J},$$

$$100 \text{ kcal} = \dots\dots\dots \text{ J}, \quad 13500 \text{ cal} = \dots\dots\dots \text{ J}$$

4. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	W (J)	W (kJ)	W (MJ)	W (GJ)	W (mJ)
1.			5200		
2.	389				
3.		12245			
4.				5	
5.	$1.08 \cdot 10^7$				
6.					$6.24 \cdot 10^{17}$

2.2.7. Teljesítmény

A teljesítmény jele: P, mértékegysége az SI - mértérendszerben a $\frac{\text{joule}}{\text{másodperc}}$ (W).

Használatos még: a lóerő (LE) $1 \text{ LE} = 735.5 \text{ W}$

1. Hány kW a teljesítmény az alábbi esetekben?

$$1.4 \text{ W} = \dots\dots\dots \text{ kW}, \quad 0.05 \text{ MW} = \dots\dots\dots \text{ kW}, \quad 13.6 \text{ W} = \dots\dots\dots \text{ kW}$$

$$1238 \text{ mW} = \dots\dots\dots \text{ kW}, \quad 10^4 \text{ MW} = \dots\dots\dots \text{ kW}$$

2. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	P (W)	P (kW)	P (MW)
1.			5300
2.	154		
3.		1224	
4.		0.17	
5.	$1.08 \cdot 10^2$		
6.			720

3. Javítsa ki a rossz állításokat!

$$\begin{aligned}
 34 \text{ kW} &= 0.34 \text{ W}, & 1.75 \cdot 10^3 \text{ W} &= 1.75 \cdot 10^{-7} \text{ MW}, & 0.05 \text{ kW} &= 50 \text{ W}, \\
 0.1 \text{ MW} &= 10 \text{ kW}, & 6.75 \cdot 10^6 \text{ W} &= 6750 \text{ kW}, & 28 \text{ GW} &= 2.8 \cdot 10^5 \text{ W}
 \end{aligned}$$

III. Vektormennyiségek rövid jellemzése

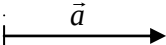
A skalármennyiségeket nagyságuk egyértelműen meghatározza. Pl. tömeg, idő, hőmérséklet, térfogat, teljesítmény, stb. Ezekkel a mennyiségekkel a matematikai műveletek egyszerűen elvégezhetők.

A vektormennyiségeket nagyságukon kívül irányuk is meghatározza. Pl. erő, nyomás, forgatónyomaték, sebesség, stb. Velük a matematikai műveletek már nem egyszerűek.

A vektormennyiségek jelölése: írásban vagy vastag betűvel (félkövér) jelöljük, vagy az A, B, C kisbetűjével és a betű fölé nyilat teszünk, de jelölhetjük nagybetűvel és fölötte nyíllal.

Pl. sebesség: $\mathbf{v}$ vagy $\vec{v}$, de lehet $\mathbf{F}$ és $\vec{F}$.

Rajzban nyíllal jelöljük a vektormennyiségeket.

Pl. 

Ebben a fejezetben csak az összeadásra és a kivonásra vonatkozó ismereteket foglaljuk össze röviden.

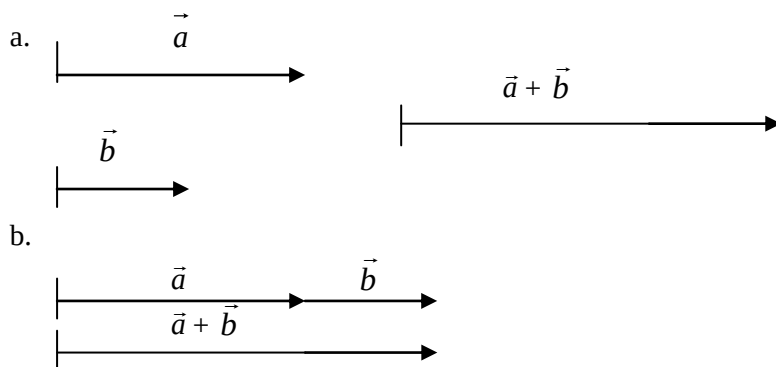
3.1. Két, egyirányú vektor összeadása rajzban

$$3.1.1. \quad F_1 = 5 \text{ N} \quad F_2 = 3 \text{ N} \quad \sum F = F_1 + F_2 = 5 \text{ N} + 3 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

Ugyanígy járunk el, ha több egyirányú vektort kell összeadni.

3.1.2. Rajzban a következő módon járhatunk el.

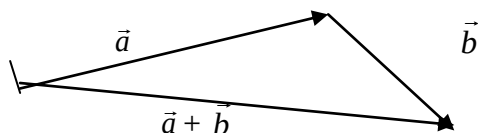
- Felveszünk két párhuzamos vektort. Rajzolunk velük párhuzamos egyenest, megjelöljük rajta az egyik vektor kezdőpontját. Innen rámérjük az egyik vektort, annak végpontjától rámérjük a másik hosszát. A megjelölt kezdőpont és a másik vektor végpontja közti távolság adja a két vektor összegét.
- Megcsinálható a két vektor összege úgy is, hogy az egyik vektort felmérjük, annak egyenesét meghosszabbítjuk, és arra rámérjük az első végpontjától a másik vektort. A két vektor összege ugyanaz a vektor, amit az előbb kaptunk.



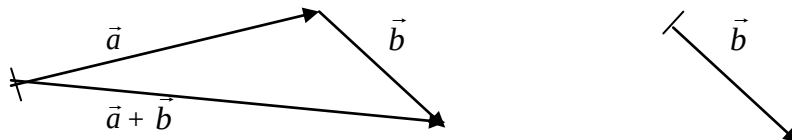
3.2. Két nem közös kezdőpontú, szöget bezáró vektorok összeadása rajzban

3.2.1. Háromszög módszer

- a. Megrajzoljuk az egyik vektort, annak végpontján keresztül a másik vektort rajzoljuk meg. A két vektor összege az első vektor kezdőpontjából a másik vektor végpontjába mutató vektor hossza. Mivel a szerkesztés után háromszöget kapunk, ezért hívják ezt az összegzési módot háromszög módszernek.



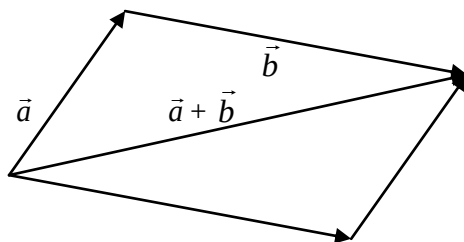
- b. Vegyük fel a két vektort úgy, hogy ne legyen közös pontjuk. Ekkor toljuk el az egyik vektort ($\vec{b}$) a másik végpontjába ($\vec{a}$), és ugyanúgy járunk el, mint az „a” pontban.



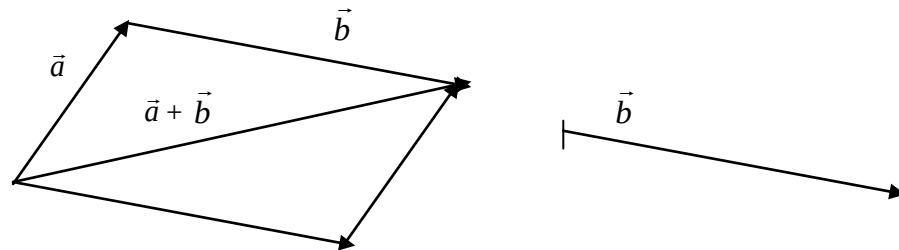
3.3. Két közös kezdőpontú, szöget bezáró vektor összeadása rajzban

3.3.1. Paralelogramma módszer

- a. Megrajzoljuk a két vektort közös kezdőponttal ($\vec{a}, \vec{b}$). Utána az egyik vektor végpontján (pl. $\vec{a}$) keresztül párhuzamost húzunk a másik vektorral ($\vec{b}$), aztán ennek végpontján keresztül párhuzamost rajzolunk a másik vektorral ($\vec{a}$). A két vektor összege a közös kezdőpontból a közös végpontba húzott vektor hossza. A kapott négyszög paralelogramma, ezért hívják ezt a szerkesztési módot paralelogramma módszernek.



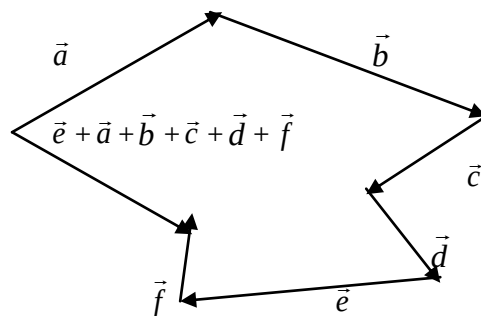
- b. Ugyancsak paralelogramma módszerrel szerkeszthető meg annak a két vektornak az összege, amelyek kezdőpontja nem közös. Ebben az esetben az egyik vektort eltoljuk a másik kezdőpontjába, és az összegzést elvégezzük az előbb leírt módon.



3.4. Három vagy több nem közös kezdőpontú, szöget bezáró vektorok összeadása

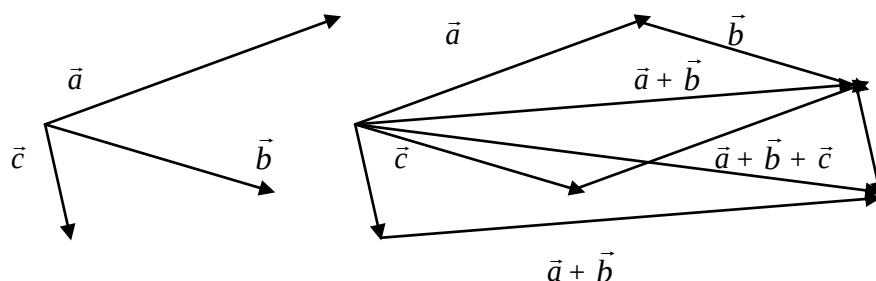
3.4.1. Sokszög módszer

Láncszerűen rajzoljuk egymás után a vektorokat, azaz az első vektor végpontjához a másik vektor kezdőpontját és így tovább. A vektorok összege az első vektor kezdőpontjából az utolsó vektor végpontjába mutató vektor hossza. Az összegzés során sokszöget kapunk, ezért nevezzük ezt az összeadási módot sokszögmódszernek.



3.4.2. Paralelogramma módszer

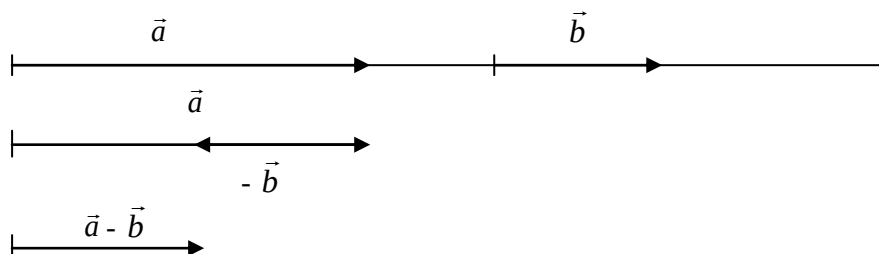
Ha több közös kezdőpontú vektort kell összegezni, akkor először összeadunk két vektort, utána ezek összegéhez adjuk paralelogramma módszerrel a következőt, és így tovább.



3.5. Két vektor kivonása rajzban

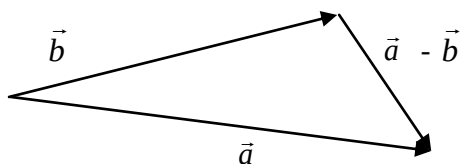
3.5.1. Két egy egyenesbe eső vektor kivonása

Felvesszük az egyik vektort. Annak végpontjából visszamérjük a másik vektort. A két vektor különbsége a kivonandó kezdőpontjából a kisebbítendő végpontjába mutató vektor.



3.5.2. Két szöget bezáró vektor kivonása rajzban

Közös kezdőpontból felvesszük a két vektort. A különbségvektor a kivonandó kezdőpontjából a kisebbítendő végpontjába mutató vektor.



3.6. Egyszerű számítások vektormennyiségekkel

3.6.1. Két egyirányú vektormennyiség összeadása

Egy testre 2 egyirányú erő hat. Az egyik 6 N, a másik 10 N nagyságú. Mekkora a testre ható erők összege?

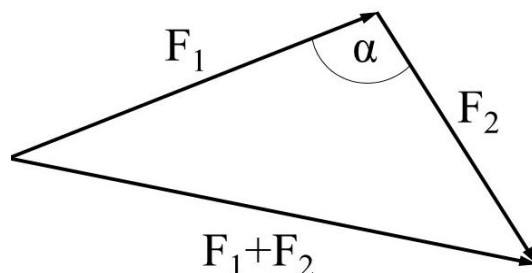
$$F_1 = 6 \text{ N} \quad \sum F = F_1 + F_2 = 6 \text{ N} + 10 \text{ N} = 16 \text{ N}$$

$$F_2 = 10 \text{ N}$$

$$\sum F = ?$$

3.6.2. Két szöget bezáró, nem közös kezdőpontú vektormennyiség összeadása

Egy testre két erő hat, amelyek egymással 130° -os szöget zárnak be, és az egyik 15 N, a másik 10 N nagyságú? Mekkora az eredő erő?



$$F_1 = 10 \text{ N}$$

$$F_2 = 15 \text{ N}$$

$$\alpha = 130^\circ$$

$$\sum F = ?$$

Ebben az esetben cosinus tétellel számítható az eredő erő:

$$(\sum F)^2 = (F_1)^2 + (F_2)^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$$

$$\sum F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 130^\circ}$$

$$\sum F = \sqrt{(10\text{N})^2 + (15\text{N})^2 - 2 \cdot 10\text{N} \cdot 15\text{N} \cdot \cos 130^\circ}$$

$$\sum F = 22.756\text{N}$$

3.6.3. Két szöget bezáró, közös kezdőpontú vektormennyiség összeadása számítással

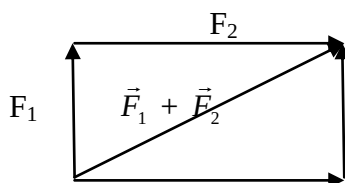
Egy testre két közös kezdőpontú erő hat, amelyek 90° -os szöget zárnak be egymással. Nagyságuk 25 N, illetve 32 N. Mekkora eredő erő hat a testre?

$$F_1 = 25 \text{ N}$$

$$F_2 = 32 \text{ N}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\sum F = ?$$



Pitagorász tételével:

$$(\sum F)^2 = (F_1)^2 + (F_2)^2$$

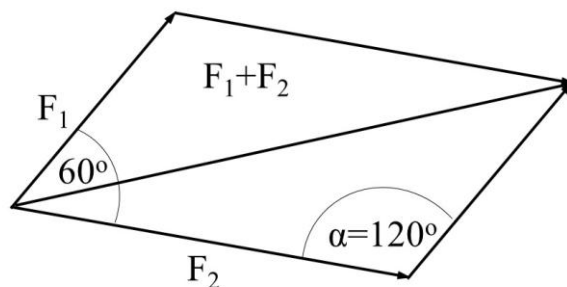
$$\sum F = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2}$$

$$\sum F = \sqrt{(25\text{N})^2 + (32\text{N})^2}$$

$$\sum F = 40.608 \text{ N}$$

3.6.4. Két szöget bezáró, közös kezdőpontú vektormennyiség összeadása számítással

Egy testre két közös kezdőpontú erő hat, amelyek 60° -os szöget zárnak be egymással. Nagyságuk 28 N, illetve 35 N. Mekkora eredő erő hat a testre?



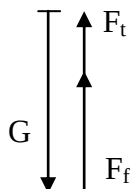
Ebben az esetben cosinus tétellel számítható az eredő erő:

$$\begin{aligned}
 (\sum F)^2 &= (F_1)^2 + (F_2)^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha \\
 F_1 &= 25 \text{ N} & \sum F &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 120^\circ} \\
 F_2 &= 35 \text{ N} & \sum F &= \sqrt{(35 \text{ N})^2 + (25 \text{ N})^2 - 2 \cdot 25 \text{ N} \cdot 35 \text{ N} \cdot \cos 120^\circ} \\
 \alpha &= 120^\circ & \sum F &= 52.2 \text{ N} \\
 \sum F &= ?
 \end{aligned}$$

3.6.5. Két ellentétes irányú erő összeadása számítással

Egy kő súlya 13 N, a ráható felhajtóerő vízben 8 N nagyságú. Mekkora erővel tartható meg a test, hogy ne süllyedjen el? Milyen irányú a tartóerő?

$G = 13 \text{ N}$
 $F_f = 8 \text{ N}$
 függőlegesen
 $F_t = ?$



$$\begin{aligned}
 G &= F_f + F_t & A & \text{ tartóerő} \\
 F_t &= G - F_f & & \text{ felfelé mutat.} \\
 F_t &= 13 \text{ N} - 8 \text{ N} \\
 F_t &= 5 \text{ N}
 \end{aligned}$$

IV. Mechanika feladatok

4.1. Kinematikai feladatok

4.1.1. Egyenes vonalú mozgások

Néhány kidolgozott feladat

1. Egyenletesen mozgó helikopter 24 km-es utat 0.16 óra alatt tesz meg. Mekkora a sebessége $\frac{km}{h}$ -ban és $\frac{m}{s}$ -ban?

$$s = 24 \text{ km} \quad v = \frac{s}{t} \quad v = \frac{24 \text{ km}}{0.16 \text{ h}} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$t = 0.16 \text{ h}$$

$$v = ? \quad v = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. Két helység közötti autóbusszáraton az autóbussz átlagsebessége az egyik irányban $42 \frac{km}{h}$, a másik irányba $16.5 \frac{m}{s}$. Mennyi az autóbussz átlagsebessége egy teljes fordulót figyelembe véve? (Csak a mozgásra vonatkozik a kérdés, a pihenőidőt nem vesszük számításba.)

$$v_1 = 42 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad v_{\text{átlag}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}}$$

$$v_2 = 16.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 59.4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Legyen az oda út: s , a vissza út: s , a teljes út: $2s$

$$v_{\text{átlag}} = ?$$

$$t_1 = \frac{s}{v_1} \quad t_2 = \frac{s}{v_2}$$

$$t_{\text{összes}} = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s \cdot v_2 + s \cdot v_1}{v_1 \cdot v_2} = \frac{s(v_2 + v_1)}{v_1 \cdot v_2}$$

$$v_{\text{átlag}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}} = \frac{2s}{\frac{s(v_2 + v_1)}{v_1 \cdot v_2}} = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_2 + v_1} \quad v_{\text{átlag}} = \frac{2 \cdot 42 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 59.4 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{42 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 59.4 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 49.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Az autóbussz átlagsebessége az egész útra vonatkozóan $49.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

3. Egy autó egyenletesen gyorsuló mozgással álló helyzetből indulva 10 másodperc alatt érte el a 72. Mekkora volt a gyorsulása és mekkora távolságon érte el ezt a sebességet? Készítsen gyorsulás-idő grafikont!

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

$$\Delta v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 0 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

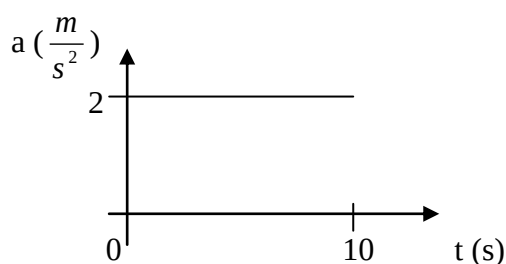
$a = ?$ Az autó gyorsulása $2 \frac{m}{s^2}$.

$$s = ? \quad s = \frac{a}{2} t^2 \quad \text{vagy} \quad s = \frac{\Delta v \cdot \Delta t}{2}$$

$$s = \frac{2 \frac{m}{s^2}}{2} \cdot (10s)^2 = 100m \quad \text{vagy} \quad s = \frac{20 \frac{m}{s} \cdot 10s}{2} = 100m$$

Az autó 100 m hosszú úton érte el a $72 \frac{km}{h}$ sebességet.

Gyorsulás-idő grafikon:



4. Milyen magasról esett le a virágcserep, ha a leérkezés pillanatában a sebessége $5 \frac{m}{s}$ volt?

A test mozgása, szabadesés. A gravitációs gyorsulás értelmezéséből adódik, hogy a szabadon eső test sebessége másodpercenként kb. $10 \frac{m}{s}$ -mal növekszik. A feladatban

a sebesség $5 \frac{m}{s}$, így az eltelt idő 0.5 s. De meghatározható a következő módon is:

$$v_0 = 0 \frac{m}{s} \quad v = g \cdot t, \quad \text{ebből} \quad t = \frac{v}{g} \quad t = \frac{5 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2}} = 0.5s$$

$$v = 5 \frac{m}{s} \quad s = \frac{5 \frac{m}{s} \cdot 0.5s}{2} = 1.25m \quad s = h = \frac{\Delta v \cdot \Delta t}{2}$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$s = h = ?$ 1.25 m magasról esett le a virágcserep.

5. Egy kavicsot $13 \frac{m}{s}$ kezdősebességgel függőlegesen lefelé dobunk. Mekkora a kavics sebessége az elhajítás után 2 másodperccel? Mennyi utat tett meg a kavics 2 másodperc alatt?
(A pozitív irányt válasszuk függőlegesen lefelé. Így a v_0 és a g is pozitív.)

$$v_0 = 13 \frac{m}{s}$$

Függőleges lefelé hajításról szól a feladat.

$$t = 2 \text{ s}$$

$$v = v_0 + g \cdot t \quad v = 13 \frac{m}{s} + 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2s = 33 \frac{m}{s}$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

A kavics sebessége 2 s múlva $33 \frac{m}{s}$ volt.

$$v = ? \quad s = h = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad s = h = 13 \frac{m}{s} \cdot 2s + \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2} \cdot (2s)^2 = 46m$$

$s = h = ?$ 46 m utat tett meg a kavics.

6. Egy kavicsot $20 \frac{m}{s}$ kezdősebességgel függőlegesen felfelé csúzlóból lőnek ki.

Mekkora a kavics sebessége az elhajítás után 3 másodperccel? Mennyi utat tett meg a kavics 3 másodperc alatt? (A pozitív irányt válasszuk függőlegesen felfelé. Így a g negatív előjelű, a v_0 pedig pozitív.)

$$v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

Függőleges felfelé hajításról szól a feladat.

$$t = 3 \text{ s}$$

$$v = v_0 - g \cdot t \quad v = 20 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 3s = -10 \frac{m}{s}$$

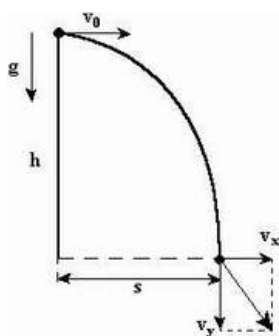
$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$s = h = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad s = h = 20 \frac{m}{s} \cdot 3s - \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2} \cdot (3s)^2 = 15m$$

$$v = ?$$

$h = ?$ A kavics sebessége a feldobás után 3 s-mal $-10 \frac{m}{s}$, a megtett út 15 m.

7. 180 m magasan $342 \frac{km}{h}$ sebességgel vízszintesen haladó repülőgépről a cél előtt milyen távolságban kell kiejteni a segélycsomagot, hogy az pontosan a célba érjen földet? Mekkora a csomag sebessége a becsapódás pillanatában?



A segélycsomag mozgása: vízszintesen egyenes vonalú egyenletes mozgás, függőlegesen szabadesés.

$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \text{ebből} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 180m}{10 \frac{m}{s^2}}} = 6s$$

$$v_0 = 342 \frac{km}{h} = 95 \frac{m}{s} \quad s = x = v_0 \cdot t \quad s = 95 \frac{m}{s} \cdot 6s = 570m$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2} \quad v_x = v_0 \quad v_x = 95 \frac{m}{s}$$

$$h = 180 m \quad v_y = g \cdot t \quad v_y = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 6s = 60 \frac{m}{s}$$

$$s = ? \quad v = ? \quad v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} \quad v = \sqrt{(95 \frac{m}{s})^2 + (60 \frac{m}{s})^2} = 112.36 \frac{m}{s}$$

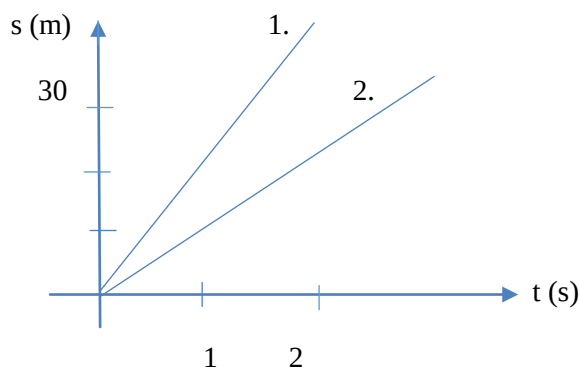
4.1.2. Egyenes vonalú mozgások

Önállóan megoldandó feladatok

1. Töltse ki a táblázatot!

Sorszám	s	t	v
1.	120 km	5 h	
2.	600 m		$5 \frac{m}{s}$
3.		100 s	$3.6 \frac{km}{h}$
4.		0.5 h	$20 \frac{m}{s}$
5.	0.66 km		$330 \frac{m}{s}$
6.	$1.422 \cdot 10^8$ km	7.9 min	
7.		5400 s	$86 \frac{km}{h}$
8.	2600 m		$108 \frac{m}{s}$
9.	$4.7 \cdot 10^{-4}$ m	$5 \cdot 10^{-7}$ s	
10.		2 min	$75 \frac{m}{s}$

2. Szandi és Lili egymástól 120 m távolságra lévő fától indul egymás felé. Szandi sebessége $1,7 \frac{m}{s}$, a Lilié ennél $0,4 \frac{m}{s}$ -mal kisebb. Közben egy légy röpköd Szandi orráról a Lili orrára $4,5 \frac{m}{s}$ sebességgel. Mekkora utat tesz meg a légy a két lány találkozásáig? (4800 m)
3. A grafikon két jármű mozgását mutatja. A két jármű egymástól 2,16 km-re lévő településtől indul egymással szemben. Mennyi idő múlva találkoznak, és mekkora távolságra a kiindulási helytől? (72 s, 140 m)



4. Mekkora a repülőgép sebessége, ha egyenletesen haladva 2.5 másodperc alatt 850 m utat tesz meg? Ha ugyanekkora sebességgel haladna, mennyi idő alatt tenné meg a Budapest-London távolságot (1504 km)?
5. Pali videojátékában nyílt egyenes pályán haladó vasúti kocsinak a sínekkel párhuzamos oldalait, az oldalfalra merőleges irányból érkező lövedék üti át. A kimeneti nyílás a bemeneti nyíláshoz képest 6 cm-rel van eltolódva. Mekkora a lövedék sebessége, ha a vonat sebessége $58 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a kocs oldalfalainak egymástól mért távolsága 3 m? ($805.55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)
6. Egy személyautó 0.7 óra alatt 59.5 km utat tett meg. Mekkora az átlagsebessége? Ha ugyanekkora sebességgel haladna, mennyi idő alatt érne a kiindulási helyétől 178.5 km-re lévő városba?
7. Mekkora annak az egyenletesen haladó autónak a sebessége, amely 0.8 óra alatt 39.2 km távolságot tesz meg?
8. Mekkora az egyenletesen guruló labda sebessége, ha az 50 m-es távolságot 0.4 perc alatt teszi meg?
9. Állandó nagyságú sebességgel száguldó mentőautó 4.25 km utat 0.05 óra alatt tesz meg. Mekkora sebességgel halad? Adja meg a sebesség nagyságát $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ - ban és $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ - ban is!
($85 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $23.61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)
10. Egy diák elhatározta, hogy meglátogatja Nyírbátorban lakó nagyszüleit. Nyíregyházáról indul 9 órakor, átlagsebessége $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Idősebb testvére motorral indul utána, az ő átlagsebessége $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Mennyivel később indult a testvére, ha egyszerre érkeztek Nyírbátor határába? A két város távolsága 41 km. (1.4 h)
11. Mennyi a hang terjedési sebessége levegőben, ha 1.8 perc alatt 36.72 km utat tesz meg? Adja meg a sebesség nagyságát $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ - ban és $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ - ban is! ($340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $1224 \frac{\text{km}}{\text{h}}$)

12. A hang terjedési sebessége vasban $5100 \frac{m}{s}$. Mennyi idő alatt tesz meg 13.5 km utat?
(2.647 s)
13. A fény terjedési sebessége levegőben $300000 \frac{km}{s}$. Mennyi utat tesz meg a fény egy év alatt? ($9.46 \cdot 10^{12}$ km)
14. A fény terjedési sebessége levegőben $300000 \frac{km}{s}$. mennyi idő alatt érnek a Nap sugarai a Föld felszínére, ha a Föld – Nap közepes távolsága $1.5 \cdot 10^8$ km? (8.33 min)
15. Az emelődaru egyenletesen mozgatva 1.85 perc alatt emelte fel a panelt az 55 m magasan lévő felső emeletre. Mekkora sebességgel mozgatta a daru az elemet?
($0.495 \frac{m}{s}$)
16. Az egyenletesen mozgó helikopter a 28 km-es távolságot 9.6 perc alatt teszi meg. Mekkora a helikopter sebessége? ($48.61 \frac{m}{s}$)
17. A vízcsapot kinyitva másodpercenként 7.5 dl víz folyik ki rajta. Mekkora sebességgel mozog a víz az 50 mm belső átmérőjű vízvezetékben? ($38.2 \frac{cm}{s}$)
18. Az olajvezetékben az olaj állandó sebességgel áramlik. Óránként 18 m^3 – t szállít. A vezeték belső átmérője 11.3 cm. Mekkora sebességgel áramlik az olaj a csőben?
($0.5 \frac{m}{s}$)
19. Az $5.4 \frac{km}{h}$ állandó nagyságú sebességgel haladó túrázók keleti irányban 2.5 km-t, majd dél felé 4 km-t, végül nyugat felé 6 km-t gyalogoltak. Mekkora utat tettek meg összesen? Mennyi volt az elmozdulásuk? Mennyi ideig voltak úton, ha közben 35 percet pihentek? Mennyi volt az átlagsebességük az egész útra vonatkoztatva? (12.5 km, 5.315 km, 2.897 h, $4.315 \frac{km}{h}$)
20. Mekkora sebességgel esnek az esőcseppek szélcsendben a $100 \frac{km}{h}$ állandó nagyságú sebességgel haladó vonat ablakára, ha az esőcseppek nyoma a vonat ablakán a függőlegessel 75° -os szöget zár be? ($7.443 \frac{m}{s}$)
21. Egy autóbusz az egyik irányban $40 \frac{km}{h}$ állandó nagyságú sebességgel haladt, visszafelé $15 \frac{m}{s}$ nagyságú állandó sebességgel. Mekkora az átlagsebessége az egész útra vonatkozóan?
($\approx 46 \frac{km}{h}$)
22. Egy repülőgép a 2 km-es útszakaszt hátszéllel 15 s, ellenszélben 20 s alatt teszi meg. Mekkora a repülőgép és a szél sebessége? ($116.67 \frac{m}{s}$, $16.67 \frac{m}{s}$)

23. Két személyautó indult el egymással szemben, egyszerre. Az egyik $60 \frac{km}{h}$, a másik $12 \frac{m}{s}$ állandó nagyságú sebességgel haladt. Az indulási pontok 10 km-re voltak egymástól. Milyen messze volt az első benzinkút, ahol mindketten megálltak? Mennyi idő telt el a megállásig? (4.186 km, 5.81 min)
24. A trolibusz indulás után $1,4 \frac{m}{s^2}$ állandó gyorsulással halad. Mennyi idő múlva lesz a sebessége $54 \frac{km}{h}$? (10.71 s)
25. A 36 km/h sebességgel haladó gépkocsi 4.5 s alatt állt meg egyenletesen lassulva. Mekkora állandó gyorsulással haladt fékezéskor? ($-2,22 \frac{m}{s^2}$)
26. Egy gépkocsi gyorsulása előzés közben 5.5 másodpercen keresztül $1,6 \frac{m}{s^2}$ volt. Mennyivel változott a sebessége előzés közben? ($0,4988 \frac{m}{s}$)
27. Egy mozdony 18 másodpercen keresztül $0,6 \frac{m}{s^2}$ állandó nagyságú gyorsulással mozog és így $90 \frac{km}{h}$ sebességet ér el. A gyorsulás iránya megegyezett a kezdősebesség irányával. Mekkora volt a mozdony sebessége a gyorsítás előtt? ($51,12 \frac{km}{h}$)
28. Egy autó egyenletesen gyorsuló mozgással 6 másodperc alatt érte el a $40 \frac{km}{h}$ sebességet. Mekkora volt a gyorsulása, és milyen hosszú úton érte el ezt a sebességet, ha álló helyzetből indult? ($1,85 \frac{m}{s^2}$, 33.33 m)
29. Egy kerékpáros álló helyzetből indulva 12 s alatt ér le egyenletesen gyorsuló mozgással a 60 m hosszú lejtőn. Mekkora a gyorsulása? Mekkora a sebessége a lejtő alján? ($0,833 \frac{m}{s^2}$, $36 \frac{km}{h}$)
30. Az állomáshoz közeledve a mozdonyvezető kikapcsolta a hajtóművet, s ekkor a szerelvény sebessége $90 \frac{km}{h}$ volt. Ettől a pillanattól kezdve $0,15 \frac{m}{s^2}$ állandó gyorsulással haladt. Mennyi idő múlva áll meg a vonat? Mekkora utat tett meg eközben? (2.78 min, 2.084 km)
31. Egy autó álló helyzetből indulva $1,5 \frac{m}{s^2}$ állandó gyorsulással 8 s-ig halad, majd az elért sebességgel 20 s-ig egyenletesen mozog. Határozza meg az autó végsebességét és a megtett út nagyságát! Számítsa ki az autó átlagsebességét az egész útra vonatkoztatva! ($12 \frac{m}{s}$; 288 m; $37 \frac{km}{h}$)

32. Egy vonat 1 percig $0.5 \frac{m}{s^2}$ állandó nagyságú gyorsulással egyenes vonalú pályán halad. Ezután az elért sebességgel 2 percig egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. Mekkora utat tett mozgása során? Mekkora volt a mozgás során a vonat átlagsebessége? (4.5 km , $90 \frac{km}{h}$)
33. A $30 \frac{km}{h}$ sebességgel haladó autó lejtőhöz ér. Mekkora a gyorsulása és milyen hosszú a lejtő, ha a végéhez 12 s alatt $78 \frac{km}{h}$ sebességgel ér le? ($1,1 \frac{m}{s^2}$, 180 m)
34. Az autópályán $90 \frac{km}{h}$ állandó nagyságú sebességgel haladó autó milyen hosszú úton tud megállni, ha az autó vezetőjének reakcióideje 1 s és az autó 9 s alatt állítható meg? (137 m)
35. Nyíregyháza és Kisvárdra között a távolság vasúton 43 km, az IC vonat 32 perc alatt teszi meg ezt a távolságot. Induláskor 65 s-ig egyenletesen gyorsít, érkezés előtt 37 s - mal kezd meg a fékezést (a lassítás is egyenletes). Az út közbenső részében egyenletes mozgással halad. Mekkora a vonat sebessége a nyílt pályán? Mekkora induláskor és fékezéskor a gyorsulása? Mekkora átlagsebességgel haladt a vonat útja során? ($82.8 \frac{km}{h}$, $0.35 \frac{m}{s^2}$)
36. Mennyi idő alatt ér le a földre a 15 m magasból leejtett labda? Mekkora lesz a labda sebessége a földet érés pillanatában? (1.732 s , $62.352 \frac{km}{h}$)
37. Egy kő a szakadék szélétől 4.5 s alatt esett le a mélybe. Milyen mély a szakadék? Mekkora a kő sebessége a mélybe érkezés pillanatában? (101.25 m , $162 \frac{km}{h}$)
38. Kútba ejtett kavics csobbanását az ejtés pillanatától számítva 2 s múlva halljuk. Milyen mélyen van a vízfelszín, ha a hang terjedési sebessége levegőben $330 \frac{m}{s}$? (18.82 m)
39. Az 1280 m magasan egy helyben álló helikopterből kiugrik egy ejtőernyős. 10 másodpercig szabadon esik, ekkor kinyitja ejtőernyőjét. 295 m-es úton egyenletesen változó mozgással $4.8 \frac{m}{s}$ -ra csökken a sebessége, majd ezzel a sebességgel egyenletesen süllyed tovább. A kiugrástól számítva mennyi idő múlva érkezik le a földre?
40. A $4.5 \frac{m}{s}$ állandó sebességgel függőlegesen emelkedő helikopterből, a hozzá viszonyítva $4.5 \frac{m}{s}$ lefelé irányuló kezdősebességgel ledobnak egy testet. Mekkora a helikopter és a test távolsága a ledobás után 4 s - mal? Mekkora a ledobás után 4 s- mal a test sebessége a helikopterhez képest? Mekkora a ledobás után 4 s- mal a test sebessége a Földhöz képest?

41. A $3.5 \frac{m}{s}$ állandó sebességgel függőlegesen emelkedő helikopterből, a hozzá viszonyítva $2.5 \frac{m}{s}$ lefelé irányuló kezdősebességgel ledobnak egy testet. Mekkora a helikopter és a test távolsága a ledobás után 5 s - mal? Mekkora a ledobás után 5 s - mal a test sebessége a helikopterhez képest? Mekkora a ledobás után 5 s - mal a test sebessége a Földhöz képest?
42. Egy 10 emeletes ház 30 m magasan lévő ablakából $9.5 \frac{m}{s}$ kezdősebességgel függőlegesen feldobunk egy követ. Mennyi idő múlva ér vissza a kő az ablakhoz? Mekkora a sebessége a földet érés pillanatában?

4.1.3. Körmozgások

Néhány kidolgozott feladat

1. Egy játékvonat 1.8 m sugarú körpályán $0.44 \frac{m}{s}$ sebességgel mozog. Mekkora a periódus ideje, a fordulatszám és a szögsebessége?

$$r = 1.8 \text{ m} \quad v_k = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} \quad T = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v_k} = \frac{2 \cdot 1.8 \text{ m} \cdot 3.14}{0.44 \frac{m}{s}} = 25.69 \text{ s}$$

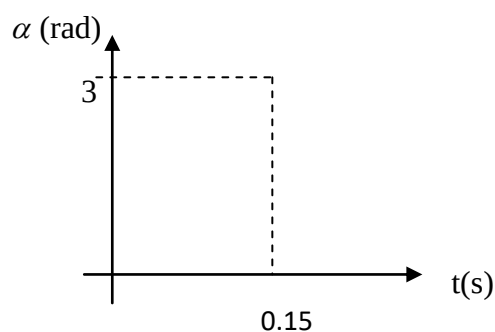
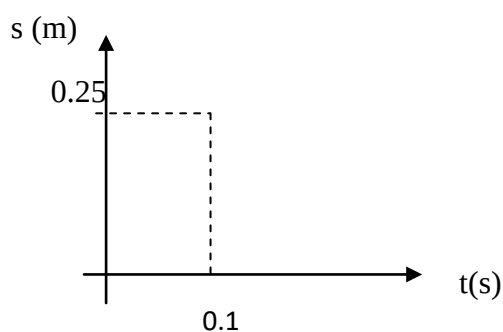
$$v_k = 0.44 \frac{m}{s} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{25.69 \text{ s}} = 0.0389 \frac{1}{s} = 2.335 \frac{1}{\text{min}}$$

$$T = ?$$

$$f = ? \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3.14 \cdot 0.0389 \frac{1}{s} = 0.244 \frac{1}{s}$$

$$\omega = ?$$

2. Az ábrákon egy test út-idő és szögelfordulás-idő grafikonja látható.



Mekkora a körpálya sugara? Mekkora a fordulatszám? Mennyi idő alatt tesz meg egy teljes fordulatot a test? Mekkora a test centripetális gyorsulása?

$$t = 0.1 \text{ s} \qquad s = r \cdot \alpha \qquad r = \frac{s}{\alpha} = \frac{0.25m}{2rad} = 0.125m = 12.5cm$$

$$s = 0.25 \text{ m} \qquad \omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{3rad}{0.15s} = 20 \frac{1}{s} \qquad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\alpha = 3 \text{ rad} \qquad f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{20 \frac{1}{s}}{2 \cdot 3.14} = 3.18 \frac{1}{s}$$

$$r = ? \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3.18 \frac{1}{s}} = 0.314s$$

$$f = ? \qquad a_{cp} = r \cdot \omega^2 = 0.125m \cdot (20 \frac{1}{s})^2 = 50 \frac{m}{s^2}$$

$$T = ?$$

$$a_{cp} = ?$$

3. Egy 1 kg tömegű test 2.4 m átmérőjű körpályán $0.15 \frac{1}{s^2}$ szöggyorsulással indul.

Mennyi idő alatt éri el a $22 \frac{1}{s}$ maximális szögsebességet? Mekkora a test érintőirányú gyorsulása? Mekkora a test legnagyobb érintő irányú sebessége?

$$a_{\epsilon} = ?$$

$$v_{\epsilon} = ? \qquad \omega = \beta \cdot t \qquad t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{22 \frac{1}{s}}{0.15 \frac{1}{s^2}} = 146.67s$$

$$d = 2.4 \text{ m}$$

$$r = 1.2 \text{ m} \qquad a_{\epsilon} = r \cdot \beta = 1.2m \cdot 0.15 \frac{1}{s^2} = 0.18 \frac{m}{s^2}$$

$$\beta = 0.15 \frac{1}{s^2} \qquad v_{\epsilon} = a_{\epsilon} \cdot t = 0.18 \frac{m}{s^2} \cdot 146.67s = 26.4 \frac{m}{s}$$

$$\omega = 22 \frac{1}{s} \qquad a_{cp} = r \cdot \omega^2 = 1.2m \cdot (22 \frac{1}{s})^2 = 580.8 \frac{m}{s^2}$$

4.1.4. Körmozgás

Önállóan megoldandó feladatok

1. Egy körpálya sugara 50 m, a rajta haladó test fordulatszáma $12 \frac{1}{\text{min}}$. Mekkora a kerületi sebesség, a szögsebesség, a szögelfordulás 2 másodperc alatt?
($1.256 \frac{1}{s}$, $62.8 \frac{m}{s}$, 144°)
2. Egy játékautó kereke 5 cm átmérőjű. Mekkora a fordulatszáma, ha peremének pontjai $2.5 \frac{m}{s}$ kerületi sebességgel mozognak? ($15.92 \frac{1}{s}$)
3. Egy köszörűkő kerülete 480 mm. Percenként 3300 fordulatot tesz meg. Mekkora a kerületi sebessége? ($26.4 \frac{m}{s}$)
4. A Hold kerületi sebessége $3659 \frac{km}{h}$. A Hold pályájának átlagos sugara 384400 km. Hány nap alatt kerüli meg a Földet? (27.5 nap)
5. A Föld keringési sugara $1.5 \cdot 10^8$ km. Számítsa ki a Föld Nap körüli mozgásának kerületi sebességét! ($30 \frac{km}{s}$)
6. Mekkora annak az autónak a sebessége, amelynek kerekei 78 cm átmérőjűek és fordulatszámuk $540 \frac{1}{\text{min}}$? ($79.35 \frac{km}{h}$)
7. Mekkora sebességgel halad a vonat, ha a mozdony 140 cm átmérőjű kereke 420 fordulatot tesz meg percenként? ($110.78 \frac{km}{h}$)
8. Apa és fia kerékpároznak. Az apa kerékpárjának kereke 72 fordulatot tesz meg percenként, kerülete 2.512 m. A gyerek-kerékpár kerekének kerülete 1.884 m. Együtt haladnak. Mennyi a gyermekkerékpár kerekének fordulatszáma? Mekkora utat tesznek meg 20 perc alatt? ($96 \frac{1}{\text{min}}$, 3.617 km)
9. Mekkora lehet a percenként 4200 fordulatú ventilátor átmérője, ha a lapát pontjainak legnagyobb kerületi sebessége $90 \frac{m}{s}$? (0.4 m)
10. Egy kerék 12 fordulatot tesz meg percenként. Mennyi a kerületi sebessége a kerék azon pontjainak, amelyek 15 cm-re vannak a forgásponttól? ($0.1884 \frac{m}{s}$)
11. Egy bizonyos távolságon a traktor első kereke 16-tal többet fordul, mint a hátsó. az első kerék kerülete 2.6 m, a másodiké 4.2 m. Hányat fordul egy-egy kerék és mekkora utat tesz meg a traktor? (26 fordulat, 42 fordulat, 109.2 m)
12. Egy 15 cm sugarú köszörűkő 5 s alatt éri el a $3000 \frac{1}{\text{min}}$ fordulatszámot egyenletes változást feltételezve. Mekkora az elért fordulatszámnál a pillanatnyi szögsebesség? Mekkora a köszörűkő szöggyorsulása? ($314 \frac{1}{s}$, $62.8 \frac{1}{s^2}$)
13. Egy test álló helyzetből indulva egyenletesen gyorsuló körmozgást végez. Az indulástól számított 12 s múlva $60 \frac{1}{s}$ fordulatszámot ért el a 75 cm sugarú körpályán. Mekkora a test 12 s alatt elért szögsebessége és legnagyobb kerületi sebessége?

- Mekkora volt a test fordulatszáma az indulástól számított 5 s elteltével? Mekkora szöggyorsulással érte el a $60 \frac{1}{s}$ fordulatszámot? ($376.8 \frac{1}{s}$, $282.6 \frac{m}{s}$, $31.4 \frac{1}{s^2}$, $25 \frac{1}{s}$)
14. Egy jármű kerekének átmérője 65 cm. Mekkora gyorsulással indul a jármű, ha a kerék 3.4 s alatt éri el a $22 \frac{1}{s}$ szögsebességet? Mekkora a kerék szöggyorsulása? Mekkora utat tesz meg a jármű a gyorsítás ideje alatt? ($2.1 \frac{m}{s^2}$, $6.47 \frac{1}{s^2}$, 12.138 m)
15. Egy 1.6 kg tömegű test 90 cm sugarú körpályán $0.18 \frac{1}{s^2}$ szöggyorsulással indul. Mennyi idő alatt éri el a $23 \frac{1}{s}$ maximális szögsebességet? Mekkora a test érintőirányú gyorsulása? Mekkora a test legnagyobb érintőirányú sebessége? (127.78 s, $0.162 \frac{1}{s^2}$, $20.7 \frac{m}{s}$)
16. Egy motorkerékpáros $46.8 \frac{km}{h}$ sebességgel halad. A piros lámpától mekkora távolságban kezdjen fékezni, ha a biztonságos, csúszásmentes gyorsulása $1.5 \frac{m}{s^2}$? Mekkora a 65 cm átmérőjű kerek szöggyorsulása? (8.67 s, 56.3 m, $-4.615 \frac{1}{s^2}$)
17. Egy korong $45 \frac{1}{s}$ fordulatszámmal egyenletesen forog. A középponttól 2.8 cm és 5.2 cm távolságra egy-egy 210 g tömegű test mozog a koronggal együtt. Mekkora a testek pályamenti sebessége? Fejezze ki a sebességek arányát a sugarak segítségével! Mekkora az egyes testek tehetetlenségi nyomatéka a forgástengelyre vonatkozóan? ($7.91 \frac{m}{s}$, $14.7 \frac{m}{s}$, $\frac{7}{13}$, $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $5.6 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$)

4.1.5. Rezgőmozgás, hullámmozgás

Néhány kidolgozott feladat

1. Egy rezgésbe hozott hangvilla pontjai harmonikus rezgőmozgást végeznek. Frekvenciájuk 330 Hz. Egyik pontjának maximális kitérése 0.6 mm. Mekkora ennek a pontnak a maximális gyorsulása? Mekkora utat tenne meg egy álló helyzetből induló test 2 s alatt?

$$f = 330 \text{ Hz}$$

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2 = A \cdot (2 \cdot \pi \cdot f)^2$$

$$A = 0.6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$a_{\max} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot (2 \cdot 3.14 \cdot 330 \text{ Hz})^2 = 2576.9 \frac{m}{s^2}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$a_{\max} = ?$$

$$s = \frac{a}{2} \cdot t$$

$$s = \frac{2576.9 \frac{m}{s^2}}{2} \cdot (2s)^2 = 5153.81m$$

$$s = ?$$

2. Egy harmonikus rezgőmozgást végző test legnagyobb sebessége $8.2 \frac{cm}{s}$, legnagyobb gyorsulása $3.6 \frac{m}{s^2}$. Mekkora a rezgés periódusideje (rezgésideje) és az amplitúdója?

$$v_{\max} = 8.2 \frac{cm}{s} = 0.082 \frac{m}{s} \quad \omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{3.6 \frac{m}{s^2}}{0.082 \frac{m}{s}} = 43.9 \frac{1}{s}$$

$$a_{\max} = 3.6 \frac{m}{s^2} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6.28}{43.9 \frac{1}{s}} = 0.143s$$

$$T = ?$$

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{0.082 \frac{m}{s}}{43.9 \frac{1}{s}} = 1.87 \cdot 10^{-3} m = 1.87mm$$

$$A = ?$$

3. Harmonikus rezgőmozgást végző pontszerű test legnagyobb gyorsulása $58 \frac{m}{s^2}$. A legnagyobb gyorsulású fázist $0.45 s$ múlva követi a legnagyobb sebességű fázis. Mekkora a rezgés frekvenciája? Mekkora a legnagyobb sebesség?

$$a_{\max} = 58 \frac{m}{s^2} \quad f = \frac{1}{T} \quad f = \frac{1}{1.8s} = 0.556 \frac{1}{s}$$

$$\frac{T}{4} = 0.45s \quad \omega = 2\pi \cdot f = 6.28 \cdot 0.556 \frac{1}{s} = 3.49 \frac{1}{s}$$

$$T = 1.8 s$$

$$a_{\max} = v_{\max} \cdot \omega \quad v_{\max} = \frac{a_{\max}}{\omega}$$

$$f = ?$$

$$v_{\max} = ? \quad v_{\max} = \frac{58 \frac{m}{s^2}}{3.49 \frac{1}{s}} = 16.624 \frac{m}{s}$$

4. A rugó végére függesztett testet úgy hozzák rezgésbe, hogy a testet nyugalmi helyzetéből függőleges egyenes mentén lefelé $6 cm$ -rel kitérítve, magára hagyják. Az időt ettől a pillanattól mérik. Az x - tengelyt, amelyen az egyensúlyi helyzettől való

kitérést mérik, felfelé irányítják. Mekkora a kezdőfázis? Mekkora a test kitérése az elengedéstől számított 0.6 s múlva, ha a periódusidő 1.5 s?

$$A = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

$$= \pi$$

$$T = 1.5 \text{ s}$$

$$t = 0.6 \text{ s}$$

$$\Phi = ?$$

$$x = ?$$

Ha x felfelé pozitív, akkor a kezdőfázis: $\Phi = 180^\circ$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6.28}{1.5\text{s}} = 4.187 \frac{1}{\text{s}}$$

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = 0.06\text{m} \cdot \sin(4.187 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0.6\text{s})$$

$$x = 0.0353\text{m} = 3.53\text{cm}$$

5. Milyen periódusidejű hangforrás kelt vízben 80 cm hullámhosszúságú hanghullámot?

A hang terjedési sebessége vízben $402.78 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

$$\lambda = 80\text{cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f = \frac{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.8\text{m}} = 1812.5 \frac{1}{\text{s}}$$

$$c = 402.78 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{1812.5 \frac{1}{\text{s}}} = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$T = ?$$

6. Milyen hosszú síp ad 440 Hz rezgésszámú alaphangot, ha a síp zárt? A hang terjedési sebessége levegőben $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?

$$f = 440 \text{ Hz}$$

$$l = (2 \cdot k - 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{440 \frac{1}{\text{s}}} = 0.7727\text{m}$$

$$c = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$l = (2 \cdot 1 - 1) \cdot \frac{0.7727}{4} \text{ m} = 0.193\text{m} = 19.3\text{cm}$$

$$k = 1$$

$$l = ?$$

4.1.6. Rezgőmozgás, hullámmozgás

Önállóan megoldandó feladatok

1. Mekkora frekvenciával rezeghet a 30 cm amplitúdójú harmonikus rezgőmozgást végző test, ha gyorsulása nem haladhatja meg a $20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ -et? ($\leq 1.3 \text{ Hz}$)
2. Az 1.4 m hosszú fonálingát kicsit kilendítik egyensúlyi helyzetéből. Mekkora lesz a létrejövő lengés periódusideje és frekvenciája? (2.35 s, 0.426 Hz)

3. Egy $2 \frac{N}{m}$ és egy $3 \frac{N}{m}$ rugóállandójú rugót függesztenek fel először sorosan, majd párhuzamosan. Mindkét esetben egy 2 kg tömegű testet akasztanak a rugókra. Mekkora az egyes esetekben a rezgésidő és a frekvencia? (9.73 s, 0.1 Hz, 3.97 s, 0.25 Hz)
4. Egy rezgésbe hozott fűrészlemez pontjai harmonikus rezgőmozgást végeznek. Frekvenciájuk 350 Hz. Egyik pontjának maximális kitérése 0.4 mm. Mekkora ennek a pontnak a maximális gyorsulása és maximális sebessége? ($1932.48 \frac{m}{s^2}$, $0.8792 \frac{m}{s}$)
5. Harmonikus rezgőmozgást végző pontszerű test rezgésének amplitúdója 4 cm, periódusideje 2.2 s. Mekkora a kitérés a nyugalmi helyzeten való áthaladás után 0.6 s múlva? (3.96 cm)
6. Mekkora lesz a 340 Hz rezgésszámú hangforrás által keltett hang hullámhossza vízben, ha a hang terjedési sebessége vízben $1450 \frac{m}{s}$? (4.26 m)
7. A hang terjedési sebessége levegőben $340 \frac{m}{s}$. Milyen távolságra vannak egymástól az egymáshoz legközelebb lévő ellentétes fázisú helyek, ha a rezgésszám 750 Hz? (22.67 cm)
8. A hang a levegőből a vízre 40° -os beesési szöggel érkezik. Mennyivel tér el eredeti irányától, ha a hang terjedési sebessége vízben $1450 \frac{m}{s}$, levegőben $340 \frac{m}{s}$? (31.33°)
9. Egy sziréna tárcsáján 24 nyílás van. A tárcsa másodpercenként 6 fordulatot tesz meg. Mekkora a keltett hang hullámhossza levegőben? A hang terjedési sebessége levegőben $340 \frac{m}{s}$.
(2.36 m)
10. Ultrahanggal mérték a tenger mélységét. Az ultrahang indítása és visszaérkezése között 0.6 s telt el. Milyen mély a tenger, ha a hang terjedési sebessége vízben kb. $1400 \frac{m}{s}$? (420 m)

4.2. Dinamikai és statikai feladatok

4.2.1. Dinamikai és statikai feladatok

Néhány kidolgozott feladat

1. Szabolcs egy $50 \frac{N}{m}$ rugóállandójú rugóra 450 g tömegű testet akasztott. Ezt magával vitte egy liftbe, amely $4,5 \frac{m}{s^2}$ gyorsulással mozgott felfelé. Mennyivel nyúlt meg a rugó a liftben?

$$D = 50 \frac{N}{m}$$

A lift felfelé mozog, ezért Newton II. törvénye alapján:

$$m = 450 \text{ g} = 0,45 \text{ kg}$$

$$\sum F = F_r - m \cdot g = m \cdot a$$

$$a = 4,5 \frac{m}{s^2}$$

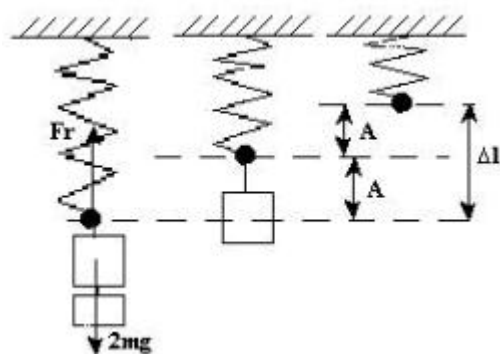
$$F_r = m \cdot (g + a)$$

$$D \cdot \Delta l = m \cdot (g + a) \text{ ebből: } \Delta l = 0,13 \text{ m}$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta l = 13 \text{ cm}$$

$$\Delta l = ?$$



2. Egy $100 \frac{N}{m}$ rugóállandójú, az ábra szerint rögzített rugó alsó végén két db 1kg -os test függ. Mekkora a rugó megnyúlása egyensúly esetén? Az alsó test rögzítését megszüntetjük. Mekkora amplitúdójú és frekvenciájú rezgést végez a rugón maradt test?

$$D = 100 \frac{N}{m}$$

$$F_r = 2 \cdot m \cdot g$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$F_r = D \cdot \Delta l \quad \text{A két egyenletből: } \Delta l = \frac{2 \cdot m \cdot g}{D} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

A rezgési egyensúlyi helyzetet egy tömeg által létrehozott megnyúlás adja.

$$\Delta l = ?$$

$$A = ?$$

$$m \cdot g = D \cdot A$$

Fele akkora tömegű test ugyanazon rugón,

fele akkora megnyúlást hoz létre. Így $A = 0,1 \text{ m}$.

$$f = ? \quad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} = 0,628 \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} = 1,59 \frac{1}{\text{s}}$$

3. Műanyagból készült 45 g tömegű kocka függ az erőmérőn. Hozzáragasztunk egy 5 cm^3 térfogatú vasgolyót. Az így kapott testet olajba merítjük, és azt tapasztaljuk, hogy éppen lebeg az olajban. Mennyi a műanyagkocka térfogata? Mekkora a test átlagsűrűsége? $\rho_o = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_g = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$$m_k = 45 \text{ g} \quad m_g = \rho_g \cdot V_g = 39 \text{ g}$$

$$V_g = 5 \text{ cm}^3 \quad m_{\delta} = m_k + m_g = 84 \text{ g}$$

$$\rho_o = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{lebegéskor: } F_f = F_g$$

$$\rho_g = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho_o \cdot V_{\delta} \cdot g = m_{\delta} \cdot g \quad V_{\delta} = \frac{m_{\delta}}{\rho_o} = 93,3 \text{ cm}^3$$

$$V_k = ? \quad V_k = V_{\delta} - V_g = 88,3 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{átl.}} = ? \quad \text{Lebegéskor a test átlagsűrűsége megegyezik a folyadék sűrűségével:}$$

$$\rho_{\text{átl.}} = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (\rho_{\text{átl.}} = \frac{m_{\delta}}{V_{\delta}} = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

4. A Nagy család kirándulni ment autóval, melynek tömege az utasokkal és a csomagokkal együtt 1500 kg. Az úttest és a kerék közötti súrlódási tényező 0.3. Mekkora maximális sebességgel haladhat az autó a 120 m sugarú kanyarban, hogy ne csússzon meg?

$$m = 1500 \text{ kg} \quad F_{cp} \leq F_{súrl}$$

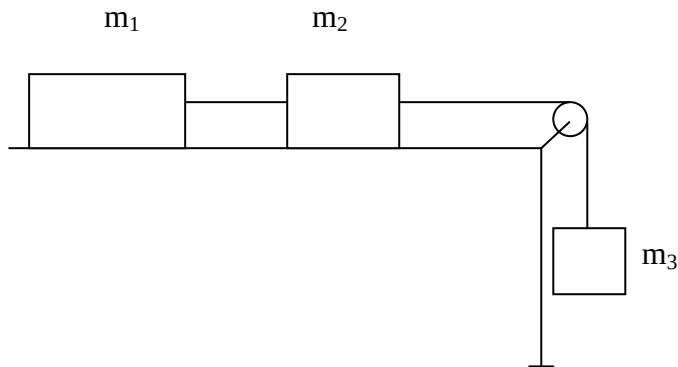
$$\mu = 0,3 \quad m \cdot \frac{v_{\text{max}}^2}{r} \leq \mu \cdot m \cdot g$$

$$r = 120 \text{ m} \quad v_{\text{max}} \leq \sqrt{\mu \cdot g \cdot r}$$

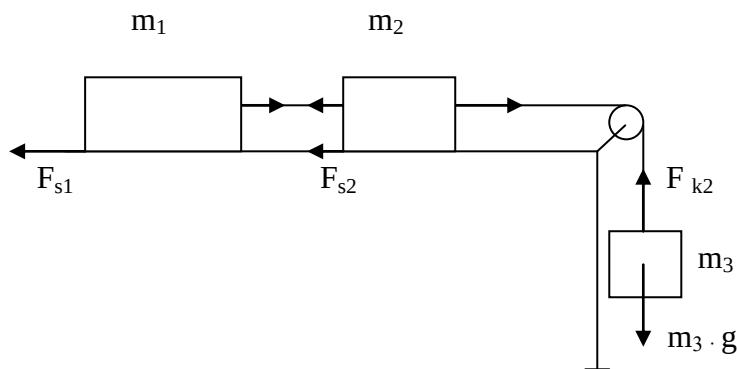
$$v_{\text{max}} = ? \quad v_{\text{max}} \leq 18,97 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_{\text{max}} \leq 68,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

5. Vízszintes asztalon fonállal összekötött $m_1 = 4 \text{ kg}$ és $m_2 = 3 \text{ kg}$ tömegű fahasáb fekszik. A 3 kg tömegű fahasábhoz csigán átvett fonal végére 2 kg tömegű fakockát erősítettek. Az asztal és a rajta fekvő fahasábok között a súrlódási együttható 0.15. A csiga és a fonalak tömege elhanyagolható. Mekkora gyorsulással mozog a rendszer?

Mekkora erő feszíti az egyes fonalakat? Mekkora sebességgel ért a földre a 2 kg tömegű fahasáb, ha az asztal magassága 120 cm?



$$m_1 = 4 \text{ kg}$$



$m_2 = 3 \text{ kg}$ Newton II. törvényét alkalmazva a három hasáb mozgására:

$$F_{k1} - F_{s1} = m_1 \cdot a$$

$m_3 = 2 \text{ kg}$ $F_{k2} - F_{k1} - F_{s2} = m_2 \cdot a$ A 3 egyenletet összeadva a gyorsulás kifejezhető:

$$m_3 \cdot g - F_{k2} = m_3 \cdot a$$

$$\mu = 0.15 \quad a = \frac{m_3 \cdot g - F_{s1} - F_{s2}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g}{m_1 + m_2 + m_3} = 1.056 \frac{m}{s^2}$$

$$h = 1.2 \text{ m} \quad F_{s1} = \mu \cdot m_1 \cdot g = 6 \text{ N} \quad F_{s2} = \mu \cdot m_2 \cdot g = 4.5 \text{ N}$$

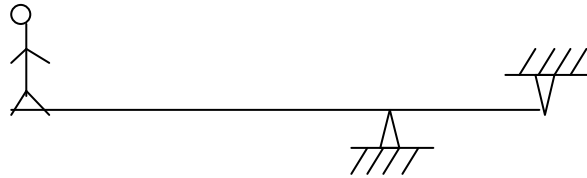
$$F_{k1} = m_1 \cdot a + F_{s1} = 10.224 \text{ N}$$

$$F_{k2} = m_2 \cdot a + F_{k1} + F_{s2} = 17.892 \text{ N}$$

A sebesség kiszámítása: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ ebből $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 1.51 \text{ s}$

$$v = a \cdot t = 1.6 \frac{m}{s}$$

6. Egy műugró deszka az ábrának megfelelően van rögzítve. A deszka végén áll egy 50 kg tömegű sportoló. A rúd hossza 4 m, a rögzítési pontok távolsága 2 m. Mekkora és milyen irányú erők hatnak a rögzítési pontokban, ha a deszka tömege 25 kg, a tömegközéppontja a szélső rögzítési ponttól 2.5 m-re van?



$$l = 4 \text{ m}$$

A lenti ábra jelöléseit figyelembe véve:

$$\text{Az egyensúly feltétele: } \sum \vec{M} = 0 \quad \text{és} \quad \sum \vec{F} = 0$$

$$m_s = 50 \text{ kg}$$

A rúdra ható forgatónyomatékok összege nulla az A pontra:

$$k_2 = 2 \text{ m}$$

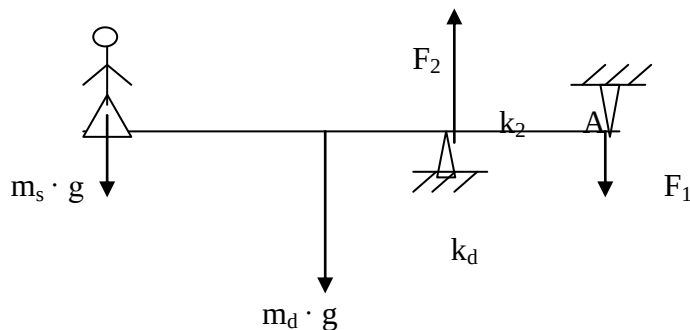
$$-F_2 \cdot k_2 + m_d \cdot g \cdot k_d + m_s \cdot g \cdot l = 0 \quad \text{ebből: } F_2 = 13125 \text{ N}$$

$$m_d = 25 \text{ kg}$$

Egyensúly esetén az erők összege is 0-val egyenlő. Ezért:

$$G_s + G_d + F_1 - F_2 = 0, \quad \text{ebből: } F_1 = 562.5 \text{ N}$$

$$k_d = 2.5 \text{ m}$$

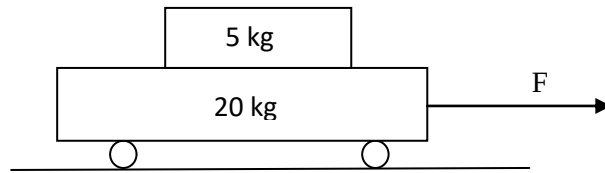


4.2.2. Dinamikai és statikai feladatok Önállóan megoldandó feladatok

1. Egy sízó lövész a 0.02 súrlódási tényezőjű vízszintes, havas pályán áll. A lövész, a puská és a sílécek együttes tömege 88 kg. A lövész vízszintes irányban kilő egy 55 g tömegű golyót $550 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel. Mekkora utat tesz meg a lövész hátrafelé?
(29 cm utat tesz meg a lövész hátrafelé)

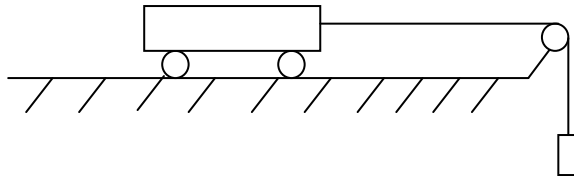
2. Vízszintes talajon csúszik egy $8 \frac{m}{s}$ kezdősebességgel ellökött test. A csúszási súrlódási együttható értéke 0.15. Mennyi idő múlva csökken a test sebessége az eredeti sebesség ötödére? Mekkora utat tesz meg a test eddig? (4.27 s, 20.5 m)
3. Mennyivel nyúlik meg a $35 \frac{N}{m}$ rugóállandójú rugó a liftben, ha arra egy 350 g tömegű testet akasztunk, ha a lift $4 \frac{m}{s^2}$ gyorsulással indul lefelé, ha a lift $5 \frac{m}{s^2}$ mozog felfelé? (6 cm, 15 cm)
4. Egy 5 kg tömegű test tömegközéppontjára vízszintes síkban egymással 90° -os szöget bezáró 4 N és 6 N nagyságú erő hat. Mekkora a test gyorsulása? Milyen irányú a 6 N nagyságú erőhöz viszonyítva? Mekkora és milyen irányú erőnek kell még a testre hatnia, hogy a test egyensúlyban legyen? ($1.44 \frac{m}{s^2}$, 33.7° , az eredő erővel ellentétes irányúnak, azaz -7.21 N)
5. Egy rakéta hajtóművéből másodpercenként 48 kg tömegű gáz áramlik ki $4400 \frac{km}{h}$ sebességgel. Mekkora a tolóerő nagysága? (58666.67 N)
6. Egy személyautó tömege terheléssel együtt 1200 kg. Az autó motorja 420 N tolóerőt fejt ki. Mennyi idő alatt és mekkora úton éri el az autó az $54 \frac{km}{h}$ sebességet, ha álló helyzetből indul, és egyenes úton halad? (Az ellenállásoktól eltekintünk.) (321.43 m)
7. Egy személyautó tömege terheléssel együtt 1000 kg. Az autó motorja 410 N tolóerőt fejt ki. Mennyi idő alatt és mekkora úton éri el az autó az $52.2 \frac{km}{h}$ sebességet, ha álló helyzetből indul, és egyenes úton halad? A menet ellenállási tényező 0.028 (808.67 m)
8. Egy 150 kg tömegű induló motorkerékpárt 4 másodpercig 650 N nagyságú állandó erőhatás gyorsít. Mekkora sebességre és gyorsulásra tesz szert a motorkerékpár? Mekkora utat tesz meg közben? ($17.33 \frac{m}{s}$, $4.33 \frac{m}{s^2}$, 34.67 m)
9. Mekkora sebességre gyorsította a 180 dkg tömegű nyugalomban lévő labdát a 3.6 N nagyságú erőhatás 1.2 s alatt? Mekkora volt a labda gyorsulása? ($86.4 \frac{km}{h}$, $20 \frac{m}{s^2}$)
10. Egy repülőgép- anyahajón a repülőgép számára 38 m hosszú kifutó van. Mekkora erővel löki ki a hajtószerkezet a 6 tonnás repülőgépet, ha az a kifutót $130 \frac{km}{h}$ sebességgel hagyja el? (Azt feltételezzük, hogy a hajtószerkezet a kifutó egész hosszán állandó erőhatást fejt ki.) ($1.03 \cdot 10^5$ N)
11. Egy puska súlya 4.5 N, a lövedéké 0.25 N. Mekkora sebességgel ütődik vállunkhoz a puska, ha a lövedék $1512 \frac{km}{h}$ sebességgel hagyja el a puskacsövet? ($23.33 \frac{m}{s}$)
12. Az 50 dkg tömegű labda $10 \frac{m}{s}$ sebességgel gurul. Mekkora a lendülete? ($5 \text{ kg} \frac{m}{s}$)
13. Egy acélgolyó és egy ugyanakkora térfogatú alumíniumgolyó egyenlő sebességgel halad. Mekkora a két golyó lendületének aránya? ($\frac{26}{9}$)

14. Egy 150 g tömegű lövedék átütött egy páncéllemezt. Közben sebessége $450 \frac{m}{s}$ -ról $150 \frac{m}{s}$ -ra csökkent. Hogyan változott a lövedék lendülete? Mekkora volt a bekövetkezett lendületváltozás? ($-45 \text{ kg} \frac{m}{s}$)
15. A 480 t tömegű vasúti kocsi $54 \frac{km}{h}$ állandó nagyságú sebességgel halad a nyílt egyenes pályán. Mekkora a lendülete? Mekkora a lendületváltozás, ha sebessége $20 \frac{m}{s}$ -ra növekszik? ($7.2 \cdot 10^6 \text{ kg} \frac{m}{s}$, $2.4 \cdot 10^6 \text{ kg} \frac{m}{s}$)
16. Egy kocsi vízszintes pályán $46.8 \frac{km}{h}$ sebességgel halad. A kocsiból a menetirány szerint ellentétes irányba kidobnak egy 10 kg tömegű testet, mely sebessége $22 \frac{m}{s}$. A kocsi össztömege 130 kg. Milyen sebességgel mozog a kocsi a test kidobása után? ($57.312 \frac{km}{h}$)
17. Egy 150 kg tömegű induló motorkerékpárt 4 másodpercig 650 N nagyságú állandó erőhatás gyorsít. Mekkora sebességre és gyorsulásra tesz szert a motorkerékpár? Mekkora utat tesz meg közben? ($17.33 \frac{m}{s}$, $4.33 \frac{m}{s^2}$, 34.67 m)
18. Mekkora erővel húzza a 75 tonna tömegű mozdony a 725 tonna tömegű szerelvényt, ha teljesítménye 2170 kW, és $72 \frac{km}{h}$ állandó sebességgel halad? Mekkora a szerelvény lendülete? (108.5 kN , $1.6 \cdot 10^7 \text{ kg} \frac{m}{s}$)
19. Mekkora maximális gyorsulással indulhat a teherautó, hogy a vízszintes, sík rakfelületén lévő láda meg ne csússzon? A láda és a rakfelület közötti súrlódási együttható 0.3. ($3 \frac{m}{s^2}$)
20. Vízszintes talajon $12 \frac{m}{s}$ sebességgel ellökött test a súrlódás következtében 10 m út megtétele után megáll. Mekkora a talaj és a test között a súrlódási együttható? (0.719)
21. A vízszintes talajon fekvő, 3 kg tömegű fahasábra mozgás közben 3.6 N erő hat, a nyugvó hasábra 6.6 N. A hasáb és a talaj közötti tapadási súrlódási tényező 0.35, a csúszási súrlódási együttható 0.16. Mekkora a fahasáb gyorsulása mindkét esetben? (0.4; 0)
22. Egy 20 kg tömegű kiskocsin fekszik egy 5 kg tömegű láda. A kocsi és a láda között a tapadási súrlódási együttható 0.3. A kocsi kerekei és a talaj közötti súrlódás elhanyagolható. Mekkora az a legkisebb húzóerő, amellyel a kiskocsira hatva a téglát éppen megcsúszítja a kiskocsin?

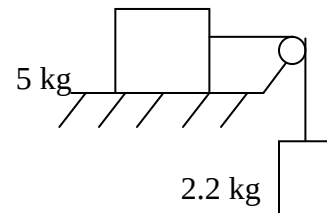


$(a < 3 \frac{m}{s^2}, 75 \text{ N})$

23. Vízszintes lapon, súrlódás nélkül mozgatható 4 kg tömegű kiskocsihoz csigán átvett fonállal 2.4 kg tömegű testet kötünk. A csiga és a fonál tömege, és a csiga tengelyénél fellépő súrlódás elhanyagolható. Mekkora utat tesz meg a kiskocsi 1.2 s alatt? Mekkora erő feszíti a fonalat? (2.7 m, 15 N)



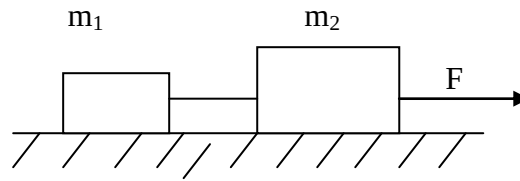
24. A vízszintes asztalon áll egy 5 kg tömegű hasáb. A hasábhöz súrlódás mentes csigán átvett fonál végére egy 2.2 kg tömegű testet függesztettek. A csiga és a fonál tömege elhanyagolható.



Mekkora az asztalon lévő testnek a gyorsulása és mekkora erő feszíti a köteleket, ha a súrlódás az asztal és a hasáb között elhanyagolható? $(3.06 \frac{m}{s^2}, 15.3 \text{ N})$

25. Oldja meg az előbbi feladatot úgy is, hogy a súrlódási együttható az asztal és a hasáb között 0.2! $(1.47 \frac{m}{s^2}, 17.35 \text{ N})$

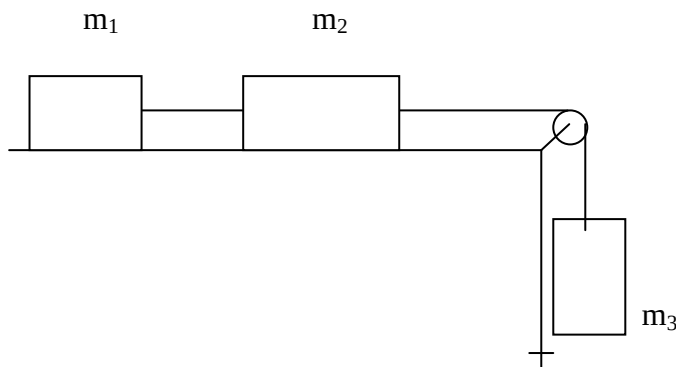
26. Két hasábot húznak vízszintes síkon az ábra szerinti elrendezésben.



Az egyik test tömege 2.5 kg, a másiké 4.5 kg. A súrlódási együttható 0.15. Legfeljebb mekkora erővel húzható a rendszer, ha a két testet összekötő fonál 26 N- nál nagyobb terhelésnél elszakad? (72.6 N)

27. Vízszintes asztalon elhelyezett 3 kg és 4 kg tömegű téglatestet fonállal kötöttek össze. A nagyobb tömegű testre 70 N vízszintes irányú erővel hatnak. Mekkora a rendszer gyorsulása? Mekkora erő feszíti a fonalat? ($10 \frac{m}{s^2}$, 30 N)

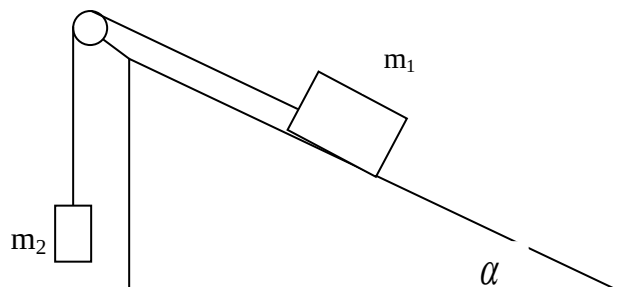
28. Vízszintes felületen fonállal összekötött 2.5 kg, illetve 5 kg tömegű testek fekszenek. A nagyobb tömegű hasábhöz csigán átvett fonalat kötnék. Ennek a végére akasztanak egy 3.5 kg tömegű testet.



Mekkora gyorsulással mozog a rendszer, ha a súrlódástól és a csiga tömegét nem vesszük figyelembe? Mekkora erő feszíti ebben az esetben az egyes fonalakat? ($3.18 \frac{m}{s^2}$, 7.95 N, 23.85 N)

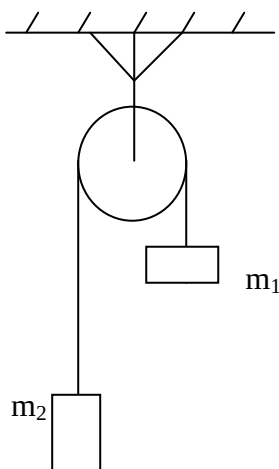
29. Marad az előbbi feladatnak megfelelő összeállítás. Az m_1 tömeg 3.5 kg, az m_2 tömeg 2.5 kg, az m_3 pedig 2 kg. Az asztal és a rajta lévő testek között a súrlódási együttható 0.25. A fonál és a csiga tömege elhanyagolható. Mekkora gyorsulással mozog a rendszer? Mekkora erő feszíti az egyes fonalakat? ($0.625 \frac{m}{s^2}$, 10.94 N, 18.75 N)

30. Egy 30° -os hajlásszögű lejtőre helyezett 6 kg tömegű testhez a lejtő tetején felerősített csigán fonalat kötnek, a fonál másik végére 2.5 kg tömegű testet akasztanak. A csiga és a fonál tömege, valamint a súrlódás elhanyagolható.



Mekkora a magára hagyott rendszer gyorsulása? Mekkora erő feszíti a fonalat? Mekkora sebességet ér el a kezdősebesség nélkül induló rendszer, amíg a 2.5 kg tömegű test 30 cm-t mozdul el? ($-0.588 \frac{m}{s^2}$, 26.47 N, $0.594 \frac{m}{s}$)

31. Egy súrlódásmentes és elhanyagolható tömegű állócsigán átvett, nyújthatatlan és elhanyagolható tömegű fonál végére 1.6 kg és 2.2 kg tömegű testeket erősítenek, majd elengedik azokat.



Mekkora gyorsulással mozog a rendszer? Mekkora lesz a testek sebessége az elengedéstől számított 1.5 s múlva? Mekkora erő ébred a kötélen? ($1.58 \frac{m}{s^2}$, 2.37

$\frac{m}{s}$, 18.528 N)

32. Mekkora erőt lehet egy csípőfogóval kifejteni, ha az élek 3 cm-re vannak a forgásponttól és 120 N nagyságú erő hat a 21 cm hosszú nyél végén? (840N)
33. Kerekeskút 25 cm átmérőjű hengerén 150 N súlyú vízzel telt vödör függ. Mekkora erőt kell kifejteni a 0.6 m sugarú kerék peremén, hogy egyensúly legyen? (31.25 N)

34. Mérleghinta egyik oldalán, a tengelytől 1.2 m távolságban 250 N, 1 m távolságban 400 N súlyú gyerek ül. Mekkora tömegű gyerek tudná a mérleghintát egyensúlyban tartani a hinta másik oldalán, a tengelytől 2 m távolságban? (35 kg)
35. A kétoldalú emelő egyik oldalán, a tengelytől 40 cm távolságban 30 N és 60 cm távolságban 50 N erő hat. Mekkora távolságban lehet ezeket az erőket a másik oldalon 70 N erővel egyensúlyozni? (0.6 m)
36. Egy 33 kg és egy 45 kg tömegű gyermek úgy szeretne hintázni 2 m hosszú mérleghintán, hogy mindketten a karok végén üljenek. Hová ültessük a 30 kg tömegű játszótársukat, hogy a hinta egyensúlyban legyen? (az alátámasztástól 40 cm-re)
37. Egy híd pilléreinek távolsága 120 m. A hídon áll egy 4200 kg tömegű tehergépkocsi az egyik pillértől 20 m távolságban. Mennyivel növeli meg ez a tehergépkocsi a pillérek terhelését?
(7 kN, 35 kN)
38. Egy 1.8 m hosszú, homogén rudat csuklóval erősítenek egy falhoz. A rudat a másik végéhez erősített, függőleges helyzetű, elhanyagolható tömegű fonal tartja vízszintes helyzetben. Mekkora erő feszíti a nyújthatatlan fonalat, ha a rúd 4 kg tömegű, és a rúd végére akasztott test tömege 8 kg? Mekkora erővel nyomja a rúd a csuklót?
(100 N, 20 N)
39. Egy 6 m hosszú, merev rudat a két végén alátámasztottak úgy, hogy vízszintes helyzetben van. Az egyik végétől 1.5 m-re 150 kg tömegű testet akasztanak rá. A rúd súlya elhanyagolandó. Mekkora erővel hatnak az alátámasztások a rúdra?
(375 N, 1125 N)
40. Egy 3 m hosszú rúd egyik végén 25 kg tömegű teher lóg. A rudat egymástól 2 m-re lévő ékekkel támasztják meg. Mekkora erőkkel hatnak a rúdra a támasztó ékek? A rúd tömege elhanyagolandó. (375 N, 125 N)
41. Egy 250 kg tömegű, 8 m hosszú, homogén tömegeloszlású, hasáb alakú gerenda egyik végén, és a másik végétől 3 m-re van alátámasztva. A gerenda végén 80 kg tömegű teher lóg. Mekkora erők hatnak az alátámasztási pontokra? (3280 N, 20 N)
42. Egy 8 kg tömegű lámpa két, egymástól 22 m távolságra lévő, egyenlő magasságú oszlop tetejére felerősített, nyújthatatlan huzal közepén függ. A huzal belógása 120 cm. Mekkora erő feszíti a huzalt? Mekkora gyorsulással esne le a lámpa, ha a huzalok egyszerre szakadnának el, és mennyi lenne a becsapódási sebessége, ha a lámpa eredetileg 6 m magasságban függött? $(368.84 \text{ N}, 10.954 \frac{\text{m}}{\text{s}})$
43. Egy 600 kg tömegű csillét a lejtő hosszával párhuzamos erővel tolunk állandó sebességgel felfelé a 15° hajlásszögű lejtőn. Mekkora erővel toljuk a testet, illetve mekkora a tartó erő? (1553 N, 5795.6 N)
44. Egy 6 m hosszú és 1.6 m magas lejtőn 160 kg tömegű terhet húzunk a lejtő síkjával párhuzamos erővel. A lejtő és a teher között a csúszási súrlódási együttható 0.25. Mekkora a húzóerő, ha a teher egyenletes mozgással csúszik felfelé a lejtőn?
(812.27 N)

45. Mekkora a nyomás egy vízzel telt medencében 1.5 m mélyen, ha a víz sűrűsége $1 \frac{g}{cm^3}$, a levegő nyomása 10^5 Pa? ($1.15 \cdot 10^5$ Pa)
46. Mekkora erő nyomja egy tengeralattjáró 1.5 m^2 felületű ajtaját a felszín alatt 2 km mélységben? A tengervíz sűrűsége $1.2 \frac{g}{cm^3}$, a levegő nyomása 10^5 Pa. ($3.6 \cdot 10^7$ N)
47. Az óceán aljáról 2 km mélységből elindul egy 1.5 cm átmérőjű gázbuborék. Mekkora lesz ennek a buboréknek a sugara az óceán felszínén, ha feltételezzük, hogy a hőmérséklet nem változik. A víz sűrűsége $1 \frac{g}{cm^3}$, a levegő nyomása 10^5 Pa. (4.4 cm)
48. Egy 2200 kg tömegű vasgerendát akarnak a vízből kiemelni. Mekkora az emelőerő amíg a víz alatt van a test? A vas sűrűsége $7.8 \frac{g}{cm^3}$. (19200 N)
49. Mekkora annak a réztestnek a súlya, melyre olajban 12 N nagyságú felhajtóerő hat? A réz sűrűsége $8.9 \frac{g}{cm^3}$, az olaj sűrűsége $0.85 \frac{g}{cm^3}$. (125.647 N)
50. Egy test tömege 340 kg. Vízbe merítve 2200 N erővel lehet megtartani. Mekkora a test térfogata és anyagának sűrűsége? (120 dm^3 , $2833.33 \frac{kg}{m^3}$)
51. Mekkora a héliumgázzal töltött 13 m átmérőjű léggömbre ható felhajtóerő az $1.3 \frac{kg}{m^3}$ sűrűségű levegőben? (14.95 kN)
52. Egy léggömb sugara 4 m. Burkolatának súlya 1000 N. A léggömböt világítógázzal töltik meg, melynek sűrűsége $0.55 \frac{kg}{m^3}$. Mekkora erő emeli a léggömböt? (1009.6 N)
53. Egy 10 cm magas $480 \frac{kg}{m^3}$ sűrűségű fahasáb $760 \frac{kg}{m^3}$ sűrűségű benzinben úszik. Mennyire merül a fahasáb a benzinbe? A fahasáb térfogatának hány százaléka van a benzinben? (6.316 cm, 63.16 %)
54. Mekkora a súlya annak a tengeralattjárónak, amely 1300 m^3 vizet szorít ki lebegéskor? A tengervíz sűrűsége $1.03 \frac{g}{cm^3}$. (13.39 MN)
55. Egy deszka méretei: 30 cm, 40 cm, 6 cm. Sűrűsége $0.6 \frac{g}{cm^3}$. Mennyire merül a vízbe, ha 0.6 kg tömegű vasdarabot állítanak rá? (4.1 cm)
56. Mekkora a nyomáskülönbség a padlástér és a tető fölötti tér között, ha a viharban a tető fölött $108 \frac{km}{h}$ nagyságú sebességgel áramlik a levegő? Mekkora erő hat a

nyomáskülönbség miatt a 600 cm^2 területű palára? Megemelheti-e a szél a 3 kg tömegű cserepet? (580.5 Pa , 34.83 N - igen)

57. Mekkora sebességgel áramlott a víz az 1 cm átmérőjű vízvezetékben, ha a 120 literes üres villanybojler 12 perc alatt töltődött fel hideg vízzel? ($2.12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

58. Mekkora légellenállási erő hat egy autóra, ha annak sebessége $150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$? A levegő sűrűsége $1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, az autó mozgásirányra merőleges felülete 2.5 m^2 , az alaktényező 0.1 . (280 N)

59. A locsoláshoz használt gumicső átmérője 2.8 cm , benne a víz $2.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel áramlik. Mekkora sebességgel hagyja el a víz a 0.6 cm átmérőjű szórófejet? Tekintsük az áramlást stacionáriusnak és súrlódásmentesnek. ($47.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

4.3. Munka, teljesítmény, energiák, munkatétel

4.3.1. Munka, teljesítmény, energiák, munkatétel

Néhány kidolgozott feladat

1. Egy 2 kg tömegű testet nyugalmi állapotából 32 N nagyságú erő emel 3 m magasra. Mekkora munkát végez az erő? Mekkora a test gyorsítására fordított munka? Mennyi idő szükséges a 3 m magasra történő emeléshez? Mekkora az átlagteljesítmény?

$$F = 32 \text{ N}$$

$$W_e = F \cdot h = 32 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 96 \text{ J}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$\sum F = F - m \cdot g = 32 \text{ N} - 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 12 \text{ N}$$

$$W = ?$$

$$\sum F = m \cdot a \quad a = \frac{\sum F}{m} = \frac{12 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = ?$$

$$W = m \cdot a \cdot h = 2 \text{ kg} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} = 36 \text{ J}$$

$$P = ?$$

$$h = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \text{ m}}{6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1 \text{ s}$$

$$P = \frac{W_e}{t} = \frac{96 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 96 \text{ Watt}$$

2. 18 m magasból szabadon esik egy 8 kg tömegű test. Mekkora induláskor a helyzeti energiája? Mekkora az esés ideje? Mekkora sebességgel ér a test a talajra? Mekkora a leérkezés pillanatában a test mozgási energiája?

$$h = 18 \text{ m} \quad E_h = m \cdot g \cdot h = 8 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18 \text{ m} = 1440 \text{ J}$$

$$m = 8 \text{ kg} \quad h = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 18 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1.9 \text{ s}$$

$$E_h = ? \quad v = g \cdot t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.9 \text{ s} = 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = ? \quad E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ kg} \cdot (19 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 1444 \text{ J}$$

$v = ?$ Azért van eltérés a helyzeti – és mozgási energia értékében, mert az idő kerekített.

$$E_m = ?$$

3. Egy 1300 kg tömegű, álló helyzetből induló gépkocsi vízszintes úton, $1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással haladva eléri a $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet. Mennyi a motor munkavégzése és átlagos teljesítménye, ha a veszteségeket elhanyagoljuk?

$$m = 1300 \text{ kg} \quad F = m \cdot a = 1300 \text{ kg} \cdot 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1690 \text{ N}$$

$$a = 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad v = a \cdot t \quad t = \frac{v}{a} = \frac{12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9.62 \text{ s}$$

$$v = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9.62 \text{ s}}{2} = 60.125 \text{ m}$$

$$W = ? \quad W = F \cdot s = 1690 \text{ N} \cdot 60.125 \text{ m} = 101611.25 \text{ J} \approx 101.6 \text{ kJ}$$

$$P = ? \quad P = \frac{W}{t} = \frac{101611.25 \text{ J}}{9.62 \text{ s}} = 10562.5 \text{ Watt} \approx 10.56 \text{ kWatt}$$

Az alábbi összefüggésekkel is lehet számolni: $W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, illetve $P = F \cdot \frac{v}{2}$

4. Vízszintes úton, álló helyzetből induló autó tömege 900 kg. Gyorsulása állandó, $1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nagyságú. Ezzel a gyorsulással haladva eléri a $46.8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet. A menetellenállási együttható 0.13. Mennyi a motor munkavégzése és átlagos teljesítménye?

$$m = 900 \text{ kg} \quad v = a \cdot t \quad t = \frac{v}{a} = \frac{13 \frac{m}{s}}{1.6 \frac{m}{s^2}} = 8.125s$$

$$a = 1.6 \frac{m}{s^2} \quad F_s = \mu \cdot m \cdot g = 0.13 \cdot 900kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 1170N$$

$$v = 46.8 \frac{km}{h} = 13 \frac{m}{s} \quad s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{13 \frac{m}{s} \cdot 8.125s}{2} = 52.8125m$$

$$\mu = 0.13$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + F_s \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 900kg \cdot (13 \frac{m}{s})^2 + 1170N \cdot 52.8125m = 137840.625J$$

$$W = ? \quad P = \frac{W}{t} = \frac{137840.625J}{8.125s} = 16965Watt$$

$$P = ?$$

5. Egy 25 kg össztömegű szánkó álló helyzetből indulva csúszik le súrlódásmentesen a 30°-os hajlásszögű lejtőn. Mennyi idő alatt ér a szánkó a lejtő aljára, ha a lejtő hossza 10 m? Mekkora a szánkó mozgási energiája a lejtő alján?

$$m = 25 \text{ kg} \quad \text{A lejtő magassága: } \sin \alpha = \frac{h}{s} \quad h = s \cdot \sin \alpha = 10m \cdot \sin 30^\circ = 5m$$

$$\alpha = 30^\circ \quad \text{A mechanikai energia megmaradás törvényét alkalmazva: } E_h = E_m$$

$$s = 10 \text{ m} \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 5m} = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = ? \quad s = \frac{v \cdot t}{2} \quad t = \frac{2 \cdot s}{v} = \frac{2 \cdot 10m}{10 \frac{m}{s}} = 2s$$

$$E_m = ? \quad E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 25kg \cdot (10 \frac{m}{s})^2 = 1250J$$

6. Mekkora munkát végez a súrlódási erő, ha az 50.4 $\frac{km}{h}$ sebességgel haladó, 130 kg össztömegű szánt vízszintes talajon megállítja?

$$v_1 = 50.4 \frac{km}{h} = 14 \frac{m}{s}$$

$$\text{A munkatételt alkalmazva: } W_s = \Delta E_m$$

$$v = 0 \frac{km}{h} \quad W_s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 130kg \cdot (14 \frac{m}{s})^2 = 12740J$$

$$m = 130 \text{ kg}$$

$$W = ?$$

7. Mekkora a súrlódási együttható a talaj és a doboz között, ha az $5 \frac{m}{s}$ sebességgel ellökött doboz 3.5 m hosszú, vízszintes úton áll meg?

$$v = 5 \frac{m}{s}$$

$$\text{A munkatételt alkalmazva: } W_s = \Delta E_m$$

$$s = 3.5 \text{ m}$$

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\mu = ?$$

$$\mu = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s} = \frac{\left(5 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 3.5 m} = 0.357$$

4.3.2. Munka, teljesítmény, energiák, munkatétel Önállóan megoldandó feladatok

1. Forgácsolásnál a gyalukés 7.5 kN erővel 40-szer megy végig egy 140 cm hosszú úton. Mennyi a gyalukés által végzett munka? ($4.2 \cdot 10^5 \text{ J}$)
2. Mekkora munkát végez az a 70 kg tömegű ember, aki egy 12.5 kg tömegű kosárral felmegy a 4.5 m magas padlásra? Mennyi a munkavégzés hatásfoka? (3712.5 J, 15.15%)
3. Mennyi munkát végez a gravitációs mező, ha a nyugalomban lévő 8 kg tömegű testet $6 \frac{m}{s}$ sebességre gyorsítja? Mennyi utat tesz meg eközben a test? (144 J, 1.8 m)
4. Egy 50 kg tömegű hordót emelnek fel 6 m magasra egyenletes emeléssel. Mekkora a végzett munka? Mekkora az emelőerő? Mekkora erővel tudják ezt a hordót 10 m-es lejtő segítségével ugyanerre a helyre felgurítani? Mekkora az ekkor végzett munka? (3 kJ, 500 N, 300 N, 3 kJ)
5. A cölöpverés teljesen rugalmatlan ütközésnek fogható fel a verőkos és a cölöp között. A verőkos tömege 500 kg, a cölöpé 450 kg. Mekkora munkát végez a gravitációs mező, miközben 1.3 m magasról leesik a verőkos a cölöpre? Mekkora a talaj ellenálló ereje, ha az ütés következtében a cölöp 1.2 cm-t mélyedt be a talajba? (6.5 kJ , $5.42 \cdot 10^5 \text{ N}$)
6. Mennyi a liftmotor teljesítménye, ha 50 s alatt viszi fel a 40 m magas emeletre az 550 kg tömegű kabint? (4.4 kW)
7. 15 N súlyú kalapács $4 \frac{m}{s}$ sebességgel üt a szegre. Mennyi ideig hatol a szeg a fába, ha a fa ellenállóereje 1200 N? ($5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$)
8. Egy bányában 350 m mélységben 600 m^3 víz gyűlt össze. A víz kiszivattyúzásához 6 db, egyenként 25 kW-os motort állítottak be. Mennyi idő alatt szivattyúzzák ki a vizet? (3.89 h)

9. Egy 50 m mély sóbányából $1.15 \frac{g}{cm^3}$ sűrűségű sóoldatot kell a felszínre emelni úgy, hogy percenként 360 liter oldat távozzon. Mekkora teljesítménnyel kell a szivattyút üzemeltetni? (3.45 kW)
10. Egy súlyemelő 130 kg tömegű testet 1.8 s alatt emel fel egyenletesen 2.2 m magasra. Mennyi az emeléskor végzett összes munka? Mekkora a súlyemelő átlagteljesítménye? (2860J, 1.59 kW)
11. Egy 1400 kg tömegű személygépkocsi indulástól 8 s-ig gyorsít $2.4 \frac{m}{s^2}$ gyorsulással. A menetellenállás elhanyagolható. Mekkora a gyorsítási munka? Mekkora az átlagteljesítmény? ($2.58 \cdot 10^5$ J, 32.256 kW)
12. Mekkora munkát végez a súrlódási erő, ha a $45 \frac{km}{h}$ sebességgel haladó, 100 kg tömegű szánkót vízszintes talajon megállítja? (7.8125 kJ)
13. Mekkora a súrlódási együttható a padló és a láda között, ha a $8 \frac{m}{s}$ sebességgel ellökött láda 7 m úton fékeződik le a vízszintes padlón? (0.457)
14. Mekkora sebességgel haladt az a szán, amely vízszintes úton 65 m-es úton fékeződik le? A hó és a szán közötti súrlódási együttható 0.09. ($38.94 \frac{km}{h}$)
15. Egy 1600 kg tömegű, álló helyzetből induló gépkocsi vízszintes úton, $1.5 \frac{m}{s^2}$ gyorsulással haladva ér el $54 \frac{km}{h}$ sebességet. Mennyi a motor munkavégzése és átlagos teljesítménye a gyorsítás ideje alatt, ha a menetellenállástól eltekintünk? (180 kJ, 18 kW)
16. Vízszintes, teljesen sima talajon egy 4 kg tömegű test áll. Mekkora sebességre gyorsul fel a test 6.5 J munka árán? ($1.8 \frac{m}{s}$)
17. Mekkora magasra tud felgördülni egy lejtőn az a 60 kg tömegű görkorcsolyázó, ha a lejtő alján $10 \frac{m}{s}$ a sebessége? A súrlódástól eltekintünk. (5 m)
18. A vízszintes úton, álló helyzetből induló gépkocsi tömege 1200 kg. $1.2 \frac{m}{s^2}$ gyorsulással haladva éri el a $46.8 \frac{km}{h}$ sebességet. A mozgás során a menetellenállási tényező 0.2. Mekkora a gyorsítás alatt a motor által végzett munka? Mekkora a motor átlagos teljesítménye? (270.348 kJ, 25 kW)
19. Egy emelődaru 3 m hosszú, 1 m széles és 10 cm vastag tömör betonelemet 5 m magasra emel. Mennyi munkát végez a daru a betonelem felemelése közben, ha a beton sűrűsége $2.4 \frac{g}{cm^3}$? (-36 kJ)
20. Egy 600 kg tömegű versenyautó álló helyzetből 400 m hosszú úton gyorsult fel $180 \frac{km}{h}$ sebességre. Mekkora lett a mozgási energiája? Mekkora erő gyorsította? (750 kJ, 1875 N)
21. Egy autó motorjának teljesítménye 45 kW. Mennyi munkát végez 1 perc alatt?

(2.7 MJ)

22. Egy 1200 kg tömegű gépkocsi 15 s alatt gyorsult fel álló helyzetből $120 \frac{km}{h}$ sebességre. Mennyi volt a motor teljesítménye? (44.44 kW)
23. Mekkora munkát végez a nehézségi erő egy 50 kg tömegű testen, miközben az 10 m magasról leesik a földre? Mekkora lesz a test mozgási energiája, impulzusa és sebessége a földet érés pillanatában? (5 kJ, 5 kJ, $707.1 \text{ kg} \frac{m}{s}$, $14.4 \frac{m}{s}$)
24. 20 kg tömegű test vízszintes felületen $4 \frac{m}{s}$ sebességgel indul. Mekkora utat tesz meg, és mennyi idő alatt áll meg, ha a súrlódási együttható 0.1? Mekkora a mozgási energiája és a lendületváltozás? (8 m, 4 s, 160 J, $-80 \text{ kg} \frac{m}{s}$)
25. Egy 30° -os hajlásszögű, 15 m hosszú lejtő tetejéről csúszik le egy szánkó. Mekkora sebességgel ér le a lejtő aljára, ha a csúszási súrlódási együttható 0.25? ($8.06 \frac{m}{s}$)

V. Hőtani feladatok

5. Gázállapot

5.1. Gázállapot

Néhány kidolgozott feladat

1. Egy 491 g tömegű, 15 °C hőmérsékletű kétatomos gáz térfogata 3 MPa nyomáson 14 dm³. Melyik ez a gáz?

$$m = 491 \text{ g}$$

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

$$T = 288 \text{ K}$$

$$M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V}$$

$$p = 3 \text{ MPa} = 3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$V = 14 \text{ dm}^3 = 0.014 \text{ m}^3$$

$$M = \frac{491 \text{ g} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 288 \text{ K}}{3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0.014 \text{ m}^3}$$

$$R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$M = ?$$

Ez a gáz a nitrogén.

2. Hány mol annak az ideális gáznak az anyagmennyisége, amelynek nyomása 2.5 MPa, hőmérséklete 132 °C, térfogata 3.5 · 10⁴ cm³?

$$p = 2.5 \text{ MPa} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$T = 132 \text{ °C} = 405 \text{ K}$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$V = 3.5 \cdot 10^4 \text{ cm}^3 = 0.035 \text{ m}^3$$

$$n = \frac{2.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0.035 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 405 \text{ K}}$$

$$n = ?$$

$$n = 26 \text{ mol}$$

3. Mekkora a nyomása 12 mol 0 °C hőmérsékletű oxigén gáznak, ha a térfogata 17 dm³? Mennyi a tömege ennek a gáznak? Az oxigén moláris tömege 32 g.

$$T = 0 \text{ °C} = 273 \text{ K}$$

$$n = 12 \text{ mol}$$

$$V = 17 \text{ dm}^3 = 0.017 \text{ m}^3$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

$$M = 32 \frac{g}{mol} \quad p = \frac{12mol \cdot 8.314 \frac{J}{molK} \cdot 273K}{0.017m^3} = 1.6 \cdot 10^6 Pa = 1.6MPa$$

$$p = ? \quad n = \frac{m}{M} \quad m = n \cdot M = 12mol \cdot 32 \frac{g}{mol} = 384g$$

$$m = ?$$

4. Mekkora a sűrűsége az 5.8 MPa nyomású, 30 ° C hőmérsékletű neongáznak? A neon moláris tömege 20 $\frac{g}{mol}$. Mekkora a térfogata ebben az állapotban 250 g neongáznak?

$$p = 5.8 MPa = 5.8 \cdot 10^6 Pa \quad p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \quad p = \frac{\frac{m}{V} \cdot R \cdot T}{M} = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{M}$$

$$T = 30^\circ C = 303 K \quad \rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{5.8 \cdot 10^6 Pa \cdot 0.02 \frac{kg}{mol}}{8.314 \frac{J}{molK} \cdot 303K} = 46.05 \frac{kg}{m^3}$$

$$M = 20 \frac{g}{mol} = 0.02 \frac{kg}{mol}$$

$$m = 250 g = 0.25 kg \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{0.25kg}{46.05 \frac{kg}{m^3}} = 0.00543m^3 = 5.43dm^3$$

$$\rho = ?$$

$$V = ?$$

5. Egy 42 m² alapterületű, 3.6 m magasságú teremből mekkora térfogatú levegő áramlik ki, ha a hőmérsékletet 18 ° C – ról 22 ° C – ra emelik, és közben a levegő nyomása nem változik?

$$A = 42 m^2$$

$$h = 3.6 m$$

$$T_1 = 18^\circ C = 291 K$$

$$T_2 = 22^\circ C = 295 K$$

$$p = \text{áll.}$$

$$\Delta V = ?$$

$$V_1 = A \cdot h = 42m^2 \cdot 3.6m = 151.2m^3$$

$$p = \text{állandó} \quad \text{Gay-Lussac I. törvénye alapján:}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad V_2 = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 = \frac{151.2m^3}{291K} \cdot 295K = 153.28m^3$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 153.28m^3 - 151.2m^3 = 2.08m^3$$

6. Egy sztratoszféra kutatásához egy óriási léggömböt juttatnak a levegőbe. Felszállás előtt 0 ° C hőmérsékleten, 105 kPa nyomáson 7800 m³ térfogatú héliummal töltötték fel. 18 km magasságban a légnyomás 4.8 kPa, a léggömb térfogata 1.1 · 10⁵ m³ volt. Mekkora volt a hőmérséklet 18 km-es magasságban? Mekkora erő emelte induláskor a

léggömböt. ha a léggömb összes tömege 7000 kg volt? A levegő sűrűsége $1.3 \frac{kg}{m^3}$, a hélium sűrűsége pedig $0.18 \frac{kg}{m^3}$.

$$T_1 = 0^\circ C = 273 K$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$p_1 = 105 \text{ kPa} = 105000 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 7800 \text{ m}^3$$

$$h = 18 \text{ km}$$

$$p_2 = 4.8 \text{ kPa} = 4800 \text{ Pa}$$

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1}$$

$$V_2 = 1.1 \cdot 10^5 \text{ m}^3$$

$$m = 7000 \text{ kg}$$

$$T_2 = \frac{4800 \text{ Pa} \cdot 1.1 \cdot 10^5 \text{ m}^3 \cdot 273 \text{ K}}{105000 \text{ Pa} \cdot 7800 \text{ m}^3}$$

$$\rho_l = 1.3 \frac{kg}{m^3}$$

$$T_2 = 176 \text{ K} = -97 \text{ K}$$

$$\rho_{He} = 0.18 \frac{kg}{m^3}$$

$$m_o = m + \rho_{He} \cdot V_1 = 7000 \text{ kg} + 0.18 \frac{kg}{m^3} \cdot 7800 \text{ m}^3 = 8404 \text{ kg}$$

$$F = ?$$

$$F_f = \rho_l \cdot V_1 \cdot g = 1.3 \frac{kg}{m^3} \cdot 7800 \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 101400 \text{ N}$$

$$T_2 = ?$$

$$F = F_f - m_o \cdot g = 101400 \text{ N} - 8404 \text{ kg} \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 17360 \text{ N}$$

7. Egy 25 dm^3 térfogatú gázpalackban $0^\circ C$ hőmérsékletű, 1.2 MPa nyomású oxigéngáz van. Az oxigénből elhasználtak 164 g -ot. Mekkora a palackban maradt oxigéngáz nyomása, ha az oxigén moláris tömege 32 g ? A hőmérséklet nem változik. Hány $^\circ C$ -ra kell felmelegednie az oxigéngáznak, hogy nyomása az eredeti érték legyen?

$$V = 25 \text{ dm}^3 = 0.025 \text{ m}^3$$

$$p_1 \cdot V = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \quad m_1 = \frac{p_1 \cdot V \cdot M}{R \cdot T}$$

$$T_1 = 0^\circ C = 273 K$$

$$p_1 = 1.2 \text{ MPa} = 1.2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$m_1 = \frac{1.2 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0.025 \text{ m}^3 \cdot 32 \frac{g}{mol}}{8.314 \frac{J}{molK} \cdot 273 \text{ K}} = 422.96 \text{ g}$$

$$m_e = 164 \text{ g}$$

$$m_2 = m_1 - m_e = 422.96 \text{ g} - 164 \text{ g} = 258.96 \text{ g}$$

$$M = 32 \frac{g}{mol}$$

$$p_2 = ?$$

$$T_2 = ?$$

$$p_2 = \frac{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_1}{V} = \frac{\frac{258.96g}{32 \frac{g}{mol}} \cdot 8.314 \frac{J}{molK} \cdot 273K}{0.025m^3} = 734709Pa \approx 7.347 \cdot 10^5 Pa$$

$$p_1 \cdot V = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \quad T_2 = \frac{p_1 \cdot V \cdot M}{m_2 \cdot R} = \frac{1.2 \cdot 10^6 Pa \cdot 0.025m^3 \cdot 32 \frac{g}{mol}}{258.96g \cdot 8.314 \frac{J}{molK}} = 445.89K$$

8. Egy dugattyúval zárt hengerben 8 g tömegű, 5 °C hőmérsékletű, $1.2 \cdot 10^5 Pa$ nyomású héliumgáz van. A henger és a dugattyú jó hőszigetelő. A gázt 650 J munkával hirtelen összenyomjuk. Mekkora a gáz belső energia változása? Mekkora lesz a hőmérséklete?

A hélium állandó térfogaton mért fajhője $3200 \frac{J}{kgK}$, moláris tömege $4 \frac{g}{mol}$

$$m = 8 g = 0.008 kg$$

$$\Delta E_b = W = 600J \quad \text{Hőszigetelés miatt } Q = 0 \text{ °C}$$

$$T_1 = 5 \text{ °C} = 278 K$$

$$\Delta E_b = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T \quad \Delta T = \frac{\Delta E_b \cdot 2 \cdot M}{3 \cdot m \cdot R} = 24K$$

$$p = 1.2 \cdot 10^5 Pa$$

$$W = 600 J$$

$$M = 4 \frac{g}{mol}$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 278K + 24K = 302K$$

$$\Delta E_b = ?$$

$$T_2 = ?$$

9. Egy gőzgép 5 dm² keresztmetszetű dugattyújának két oldala között 450 kPa nyomáskülönbséget tartanak fenn folyamatos gőzbevezetéssel. A lökethossz 45 cm. Mekkora munkát végez a gőz egy löket tartama alatt?

$$A = 5 dm^2 = 0.05 m^2$$

$$W = -p \cdot \Delta V = -p \cdot A \cdot l$$

$$\Delta p = 450kPa = 4.5 \cdot 10^5 Pa$$

$$l = 45 cm = 0.45 m$$

$$W = -4.5 \cdot 10^5 Pa \cdot 0.05m^2 \cdot 0.45m = 10125J$$

$$W = ?$$

10. A 250 g tömegű, 7 °C hőmérsékletű hidrogéngáz adiabatikus összenyomásakor 80 kJ munkát végeznek. Mekkora a belső energia változása? Mekkora lesz a gáz hőmérséklete az új állapotban?

$$m = 250 g = 0.250 kg$$

$$Q = 0 J$$

$$\Delta E_b = 0 + W = 80kJ$$

$$W = 80 kJ$$

$$M = 2 \frac{g}{mol}$$

$$T_1 = 7^\circ C = 280 K$$

$$\Delta E_b = ?$$

$$T_2 = ?$$

$$\Delta E_b = \frac{5}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{\Delta E_b \cdot 2 \cdot M}{5 \cdot m \cdot R} = 30.79 K$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 280 K + 30.79 K = 303.79 K$$

5.2. Gázállapot Önállóan megoldandó feladatok

1. Egy gázpalackban 48.1 cm^3 neon gáz van ($M=20 \frac{g}{mol}$), nyomása 67 kPa , tömege 8.5 mg . Mekkora a gáz hőmérséklete? ($639^\circ C$)
2. Egy fecskendőben oxigén gáz van ($M = 32 \frac{g}{mol}$) amelynek térfogata 53.3 cm^3 , hőmérséklete $210^\circ C$, tömege pedig 152 mg . Mekkora a nyomása kPa -ban? (358 kPa)
3. Egy dugattyúval lezárt tartályban 344 kPa nyomású oxigén ($M = 32 \frac{g}{mol}$) gáz van. A kezdetben $117^\circ C$ -os gáz hőmérsékletét 266 K -re változtatjuk, miközben térfogata 273 cm^3 lesz. Mekkora volt a gáz térfogata dm^3 -ben, ha nyomása változatlan maradt?
(0.4 dm^3)
4. Egy dugattyúval lezárt 7.8 cm^3 -es tartályban szén-dioxid ($M = 44 \frac{g}{mol}$) gáz van. A kezdetben $0^\circ C$ -os gáz hőmérsékletét $50^\circ C$ -kal megnöveljük. A gáz nyomása 151 kPa lesz. Mekkora volt kezdetben a gáz nyomása, ha a dugattyú nem mozdult el?
(127.625 kPa)
5. Egy dugattyúval lezárt 0.733 dm^3 -es tartályban argon ($M = 40 \frac{g}{mol}$) gáz van. A tartály térfogatát 509.4 cm^3 -re változtatjuk, miközben hőmérsékletét a kezdeti értéken tartjuk. Nyomása ekkor 569 kPa . Mekkora volt a gáz nyomása? (395.43 kPa)
6. Egy 20.5 mm^3 -es tartályban 680 kPa nyomású $186^\circ C$ hőmérsékletű oxigén ($M = 32 \frac{g}{mol}$) gáz van. A gáz nyomását 0.527 MPa -ra változtatjuk. Mekkora lesz a gáz hőmérséklete $^\circ C$ -ban? ($82.725^\circ C$)
7. Egy dugattyúval lezárt 405 dm^3 -es tartályban 565 kPa nyomású argon ($M = 40 \frac{g}{mol}$) gáz van. A gáz nyomását a tartály térfogatának változtatásával 0.424 MPa -ra változtatjuk, miközben a hőmérsékletet a kezdeti értéken tartjuk. Mekkora lett a tartály térfogata? (539.68 dm^3)

8. Egy dugattyúval lezárt 49 dm^3 -es tartályban 0.334 MPa nyomású nitrogén ($M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) gáz van. A kezdetben 104 °C -os gáz hőmérsékletét 116 K -nel megnöveljük. Mekkora lesz a gáz térfogata, ha a gáz nyomása változatlan marad? (303.93 dm^3)
9. Egy 21.6 cm^3 -es tartályban 176 kPa nyomású nitrogén ($M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) gáz van. A kezdetben 59 °C -os gáz hőmérsékletét 238 K -re változtatjuk. A folyamat közben 10.03 mg gázt is kiengedünk. Mekkora lesz a gáz nyomása? (93.35 kPa)
10. Egy dugattyúval lezárt 0.51 dm^3 -es tartályban 0.599 MPa nyomású argon ($M = 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) gáz van. A gáz hőmérséklete 108 °C . A tartály térfogatát 357.2 cm^3 -re változtatjuk, miközben a hőmérsékletet a kezdeti értéken tartjuk. A dugattyú nem zár tökéletesen, ezért a folyamat során a gáz 34 % -a a környezetbe távozik. Mekkora lesz a maradék gáz nyomása kPa -ban? (564.4 kPa)
11. Egy dugattyúval lezárt 0.435 m^3 -es tartályban 266 kPa nyomású oxigén ($M = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) gáz van. A gáz térfogatát a tartály hőmérsékletének 241 °C -ra változtatásával 614.8 dm^3 -re változtatjuk. Eközben a gáz 29 % -a elszökik. Mekkora volt az eredeti gáz hőmérséklete, ha a tartályban a nyomás változatlan maradt? (258.2 K)
12. Egy dugattyúval lezárt 610 mm^3 -es tartályban 442 kPa nyomású argon ($M = 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) gáz van. A gáz hőmérséklete 245 °C . A gáz nyomását a tartály térfogatának változtatásával 0.248 MPa -ra változtatjuk, miközben a hőmérsékletet a kezdeti értéken tartjuk. A folyamat közben $726.2 \text{ }\mu\text{g}$ gáz kiszökik a tartályból. Mekkora lesz a tartály térfogata mm^3 -ben? (772 mm^3)
13. Egy dugattyúval lezárt 643 dm^3 -es tartályban 0.74 MPa nyomású argon ($M = 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) gáz van. A gáz hőmérséklete 170 °C . A tartály nyomását 841 kPa -ra változtatjuk, miközben hőmérséklete 74 °C -ra változik. A dugattyú nem zár tökéletesen, ezért a folyamat során 0.9818 kg gáz a környezetbe távozik. Mekkora lesz a tartály térfogata a folyamat végén? (359 dm^3)
14. Mekkora a térfogata 560 g tömegű, 8 MPa nyomású, 25 °C hőmérsékletű 28 g moláris tömegű gáznak? Mekkora a sűrűsége? (6.19 dm^3 , $90.41 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)
15. Mekkora a térfogata a 16 mol 30 °C hőmérsékletű ideális gáznak 6 MPa nyomáson? (6.71 dm^3)
16. Hány mol az az ideális gáz, amelynek nyomása 3 MPa , térfogata 30 dm^3 és hőmérséklete 77 °C ? (30.93 mol)
17. Egy 32 dm^3 térfogatú gáztartályban lévő 10 mol ideális gáz nyomása 820 kPa . Mekkora a hőmérséklete °C -ban? (42.6 °C)

18. Egy 10.5 dm^3 térfogatú gázpalackban 25°C hőmérsékletű 12 MPa nyomású hidrogéngáz van. Mennyi a hidrogén sűrűsége ilyen körülmények között? A hidrogén moláris tömege

$$2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot (9.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

19. Mekkora a tömege 250 dm^3 térfogatú, 20°C hőmérsékletű 350 kPa nyomású hidrogéngáznak, ha $M = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Mennyi lenne a térfogata 0°C -on és 100 kPa nyomáson? (71.84 g , 815 dm^3)

20. Egy autókerék tömlőjében 25°C -on 16 dm^3 220 kPa nyomású levegő van. 38°C -ra melegítve a tömlő térfogata 16.2 dm^3 lesz. Mekkora a tömlőben lévő gáz nyomása ezen a hőmérsékleten? (226.76 kPa)

21. Szénmonoxid-gáz ($M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) sűrűsége 0°C -on és 10^5 Pa nyomáson $1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Mekkora a sűrűsége 30°C -on és 40 kPa nyomáson? Mekkora a térfogata ebben az állapotban, ha tömege 250 g ? ($0.44 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, 563 dm^3)

22. Egy 30 dm^3 -es gáztartályban 1.5 kg tömegű, 4.5 MPa nyomású nitrogéngáz ($M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$) van. Mekkora a hőmérséklete? Mekkora lesz a palackban maradt gáz nyomása, ha ezen a hőmérsékleten a gáz harmadát kiengedjük? (30.1°C , 3 MPa)

23. Egy gázpalackban 35 MPa nyomású, 28°C hőmérsékletű gáz van. Mekkora lesz a palackban maradt gáz nyomása, ha a gáz 30% -át elhasználják, és a hőmérséklet eközben 8°C -ra csökkent? (22.87 MPa)

24. Egy autókerék tömlőjében 27°C – on 20 dm^3 térfogatú, $2.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomású gáz van. 45°C – ra melegedve a tömlő térfogata 15 dm^3 lesz. Mekkora a tömlőben lévő gáz nyomása ezen a hőmérsékleten? ($3.12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

25. Egy 23 dm^3 térfogatú gázpalackban 18°C hőmérsékletű, 9.5 MPa nyomású gáz van. Mekkora a gáz hőmérséklete 0°C hőmérsékleten és 1.2 MPa nyomáson? Mekkora lenne a palackba zárt gáz nyomása 25°C – on? (193 dm^3 ; 9.73 MPa)

26. Egy dugattyúval zárt hengerben 10 g tömegű, 6°C hőmérsékletű, $1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomású héliumgáz van. A henger és a dugattyú jó hőszigetelő. A gázt 550 J munkával hirtelen összenyomjuk. Mekkora a gáz belső energia változása? Mekkora lesz a hőmérséklete? A hélium moláris tömege $4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. (550 J , 290.64K)

27. A 350 g tömegű, 9°C hőmérsékletű hidrogéngáz adiabatikus összenyomásakor 85 kJ munkát végeznek. Mekkora a belső energia változása? Mekkora lesz a gáz hőmérséklete az új állapotban? (85 kJ , 32.37°C)

28. Súrlódásmentesen mozgó dugattyúval ellátott hengerben 10 g 0°C – os, 10^5 Pa nyomású neongáz van. Hány $^\circ\text{C}$ – ra kell felmelegíteni a gázt, hogy állandó nyomáson a térfogata 15 dm^3 – re növekedjen? Mekkora munkát végez közben a táguló gáz? A neon sűrűsége 0°C – on és 10^5 Pa nyomáson $0.9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. (99.27°C , 400 J)

29. Könnyen mozgó dugattyúval elzárt hengerben 1.2 dm^3 térfogatú, 30°C hőmérsékletű, 102 kPa nyomású egyatomos gáz van. A gázzal állandó nyomáson 520 J hőt közöltek. Így térfogata 3.6 dm^3 -re növekedett. Mekkora a gáz hőmérséklete az új egyensúlyi állapotban? Mekkora a belső energia változása? (909 K , 367.3 J)
30. Nitrogéngázt melegítenek 105 kPa nyomáson. A gáz hőfelvétele 720 J . Mekkora a gáz térfogatváltozása? Mekkora a gáz által végzett tágulási munka? (1.96 dm^3 , 205.71 J)